

KĀ MATEMĀTIKAS STUNDĀS SKOLĒNI MĀCĀS SPRIEST

How Students are Learning to Reason in Mathematics Lessons

Ildze Čakāne

University of Latvia, Latvia

Dace Namsone

University of Latvia, Latvia

Ilze France

University of Latvia, Latvia

Abstract. *The goal of mathematics teaching in primary school is not just to acquire knowledge of mathematical ideas and procedures, but also to learn mathematical reasoning. While this is common knowledge, the reality in everyday primary math classrooms in Latvia is an open question. The results from recent national diagnostics give reason to re-examine common teaching practices. The aim of this study is to clarify what is happening in primary math classrooms and to understand the needs and gaps in mathematics teaching. This will serve as the basis for designing appropriate professional development for teaching mathematical reasoning. In this study researchers observed and transcribed primary math lessons. Teacher performance was appraised using “Framework for teacher performance assessment to support teaching 21st century skills”. The criteria used to assess teacher techniques were lesson design and clarity of learning content as well as student cognitive activation. The results of this preliminary study show that separate elements of student reasoning are present in lessons.*

Keywords: *lesson observation, mathematical reasoning, primary education, teacher performance.*

Ievads

Introduction

Mūsdienu pasaulē prasme loģiski spriest un veidot patiesus un pārliciecināšus argumentus kļūst arvien svarīgāka (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2018). Lai gan iespējams, ka sākumskolas skolotāji gatavo skolēnus profesijām, kas vēl neeksistē, var prognozēt, ka reti kurā darba vietā pietiks ar vienkāršām skaitļošanas prasmēm. Visdrīzāk būs nepieciešama prasme interpretēt kompleksus datus, rakstīt algoritmus un radoši izmantot stratēģijas nezināmu problēmu risināšanai (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, & Wray, 2019). Līdz ar to arī Latvijā matemātikas izglītības mērķi no ilgspēlējošās faktu un procedūru iegaumēšanas ir mainījušies uz

problēmrisināšanas, augstāka līmeņa domāšanas un spriešanas prasmju mācīšanu (Oliņa, Namsone, & France, 2018) un 2020.gadā ir uzsākta jaunā satura ieviešana skolās (Ministru kabinets [MK], 2019), kas pieprasa arī atbilstošu mācību procesu. Lai to nodrošinātu, skolotājiem, blakus matemātikas satura izpratnei, nepieciešams izprast, kā skolēni mācās un kā būvēt mācību procesu un vidi, kurā iespējams šos mērķus sasniegt (Wood & Tumer-Vorbeck, 2014).

Lai skolēnu sagatavotu nākotnes darba tirgum viņam nepieciešams iegūt matemātisko pratību (*mathematical literacy*) - spēju formulēt, pielietot un interpretēt matemātiku dažādos kontekstos. Tā iekļauj matemātisku konceptu, procedūru, faktu un rīku lietošanu, lai aprakstītu, izskaidrotu un prognozētu parādības; kā arī matemātisku spriešanu (OECD, 2017). PISA 2022 (*Programme for International Student Assessment*) matemātikas ietvarā matemātiskā spriešana ir izvirzīta priekšplānā (OECD, 2018). Arī Latvijā pamatskolas matemātikas mācību jomas apguves mērķis skolēnam ir matemātiskā pratība, un viens no uzdevumiem ir “attīstīt domāšanas prasmes, saskatot un formulējot sakarības starp lielumiem, likumsakarības skaitļu un figūru sakārtojumos, veidojot pieredzi izteikt matemātiski pamatotus spriedumus un lietot matemātikai raksturīgus problēmrisināšanas paņēmienus” (Valsts izglītības satura centrs, 2018).

Pētījuma mērķis ir noskaidrot, kā skolotāji veido un vada matemātikas stundas sākumskolā, lai pilnveidotu skolēnu prasmes spriest. Tādejādi identificējot skolotāju profesionālās pilnveides vajadzības. Pētījumam izmantota kvalitatīva metode: mācību stundu vērošana un analīze. Šis ir sākotnējs pētījums lielāka pētījuma ietvaros.

Literatūras apskats

Literature Review

Matemātikas izglītības pētnieki visbiežāk lieto divas mācīšanās teorijas, lai saprastu, kā skolēni mācās (Van de Walle et al., 2019). Viena no tām ir sociokulturālā teorija, kas ir labs rīks lai analizētu to, kā sociāli un kulturāli procesi klasē ietekmē mācīšanos. Izglītojamais ir aktīvs “jēgas meklētājs” mācību procesā, un lai pieņemtu kādu ideju kā savu, viņam nepieciešama sabiedrība, ar kuru mijiedarbojoties idejas uztvert. Skolēnam ir jāatrodas viņa tuvās attīstības zonā (Vygotsky, 1978), tātad apgūstamajam saturam jābūt izaicinošam, bet sasniedzamam ar atbalstu, tas ir priekšnoteikums, lai vispār mācīšanās notiktu. Vēl viens sociokulturālās teorijas koncepts ir semiotiskā mediācija, tas attiecas uz valodu un citām reprezentācijām, kas palīdz nodot idejas starp indivīdiem sociāli mijiedarbojoties (Forman & McPhail, 1993). Matemātikā semiotika iekļauj arī simbolus, un šie rīki ir vidutāji starp intuitīvām un zinātniskām zināšanām (Fiorani, 2014). Otra mācīšanās teorija ir konstruktīvisms, kas izgaismo to, kā skolēni izprot idejas, padara tās par savām. Šo teoriju īsumā aplūkosim. “Zināšanas netiek pasīvi saņemtas, bet izzinošais subjekts tās aktīvi būvē”

(Glaserfeld, 1989) - šis princips ir konstruktīvisma domas pamatā. Skolēns netiek uztverts kā balta lapa, bet savas mācīšanās konstruētājs, kam nepieciešamas aktīva iesaiste, piepūle. Jaunas zināšanas un izpratne tiek būvētas uz esošajām, tās papildinot vai pielāgojot, šajā procesā starp idejām tiek veidots savienojumu tīkls. Jo vairāk savienojumu izveidots, jo labāk ideja saprasta (Van de Walle et al., 2019). Šī brīža pētījumi par skolēnu un skolotāju domāšanu un mācīšanos lielā mērā atbilst konstruktīvismam (Thompson, 2020). Abas augstākminētās teorijas nav pretrunīgas, bet gan apvienojamas (Van de Walle et al., 2019).

Apjomīgā meta pētījuma (Alfieri, Brooks, Aldrich, & Tenenbaum, 2011) rezultāti liecina, ka dot uzdevumus, kuros skolēniem zināšanas jāatklāj pašiem (*discovery tasks*), bez skolotāja atbalsta ir neefektīvi. Taču šādi uzdevumi, ja tie tiek veikti skolotāja vadībā ir efektīvāki nekā citas mācīšanas/instruēšanas formas, piemēram, tieša mācīšana (*direct teaching*). Pētnieki secināja, ka tas, kas padara mācīšanu veiksmīgu ir atgriezeniskās saites sniegšana, laba snieguma piemēri, strukturēts atbalsts (*scaffolding*) un skolēnu skaidrojumu iegūšana.

Kad skolotājs izveidojis izpratni par to, kā skolēns mācās, nepieciešamas prasmes izveidot atbilstošu stundas struktūru. Skolotājam jātiecas veidot un realizēt stundu, kurā skolēni konstruē savas matemātikas zināšanas pētot, diskutējot un reflektējot; uzdevumiem jābūt izaicinošiem un interesantiem, bet to atrisināšanai nepietiek ar kāda zināma likuma vai procedūras pielietošanu (Huinker & Bill, 2017). Lai mācīšana būtu efektīva, tai ir jāietekmē skolēna iekšējais mācīšanās process (Gagne, Briggs, & Wager, 1992). Skolotāja uzdevums ir apdomīgi izvēlēties un sakārtot notikumus stundā: veidot ārējos mācīšanās nosacījumus, lai skolēnos radītu iekšēju informācijas apstrādi, kas ved pie mācīšanās. Ganjē (Gagne et al., 1992) ir izvirzījis deviņus iespējamus notikumus stundā, lai skolēns būtu aktīvs savu zināšanu veidotājs: 1) uzmanības pievēršana; 2) skolēnu informēšana par mācīšanās mērķiem; 3) iepriekšējo zināšanu atsaukšana atmiņā; 4) skaidra jaunā satura prezentēšana; 5) mācīšanās vadīšana; 6) skolēnu iesaistīšana, iespēja praktizēties; 7) atgriezeniskās saites (AS) sniegšana par sniegumu; 8) snieguma novērtēšana, iekļaujot papildus AS; 9) zināšanu saglabāšanas un pārneses veicināšana.

Matemātikas mācību procesā īpaši izceļams reprezentāciju lietojums. Saistību saskatīšana starp dažādām reprezentācijām, abstraktās matemātikas idejas padara skolēnam pieejamas. Piemēram, priekšmetiskas darbības rīki palīdz skolēnam saprast abstraktus simbolus tikai tad, ja nepārprotami tiek norādīta saikne starp abām reprezentācijām (Uttal, Liu, & DeLoache, 1999). Skolēna elastība pārvietoties starp dažādiem reprezentāciju veidiem liecina par prasmīgu matemātisku domāšanu un izpratni (Huinker & Bill, 2017).

Viena no 21.gadsimta prasmēm ir kritiskā domāšana (OECD, 2018), kas ir “jēgpilna, pamatota un uz mērķi orientēta” domāšana (Helpers, 2013). Savukārt, šādas domāšanas priekšnosacījums ir prasme pielietot loģiskas likumsakarības (Bronkhorst, Roorda, Suhre, & Goedhart, 2020), kas ir viens no loģiskas

spriešanas soļiem. Loģiska spriešana ir “informācijas atlasīšana no dota konteksta un tās interpretēšana, sakarību saskatīšana un pārbaudīšana, un secināšana, balstoties dotajā un interpretētajā informācijā un saistītajās likumsakarībās un procesos” (Bronkhost et al., 2020). Andersone (Anderson, 2021) matemātisko spriešanu definē līdzīgi: kā procesu un rīkus, ar kuru palīdzību nosaka, kuras idejas ir patiesas un kuras nav, vispārina, veido kopsakarības un pierādījumus, saprot kāpēc stratēģijas darbojas. Šie trīs jēdzieni daudzos aspektos pārklājas un mēdz būt savstarpēji aizvietojami. Šī pētījuma nolūkiem izmantosim sekojošu matemātiskās spriešanas definīciju, kas iekļauj elementus no iepriekš minētajām: matemātiskā spriešana (gan deduktīva, gan induktīva) iekļauj situācijas izvērtēšanu, stratēģijas izvēli, nonākšanu pie loģiska secinājuma, nonākšanu pie risinājuma un tā aprakstīšanu, un tā pielietojuma atpazīšanu (OECD, 2018). Skolēns spriež, ja viņš identificē, atpazīst, kārtu, saskata sakarības, reprezentē; konstruē, abstrahē, novērtē, secina, pamato, izskaidro; interpretē, kritizē, atspēko. Spriežot norisinās izpratnes veidošanās.

Pētījumam izvirzīts šāds jautājums: Kā skolotāji matemātikas stundās sākumskolā sniedz iespēju skolēnam spriest?

Metodoloģija *Methodology*

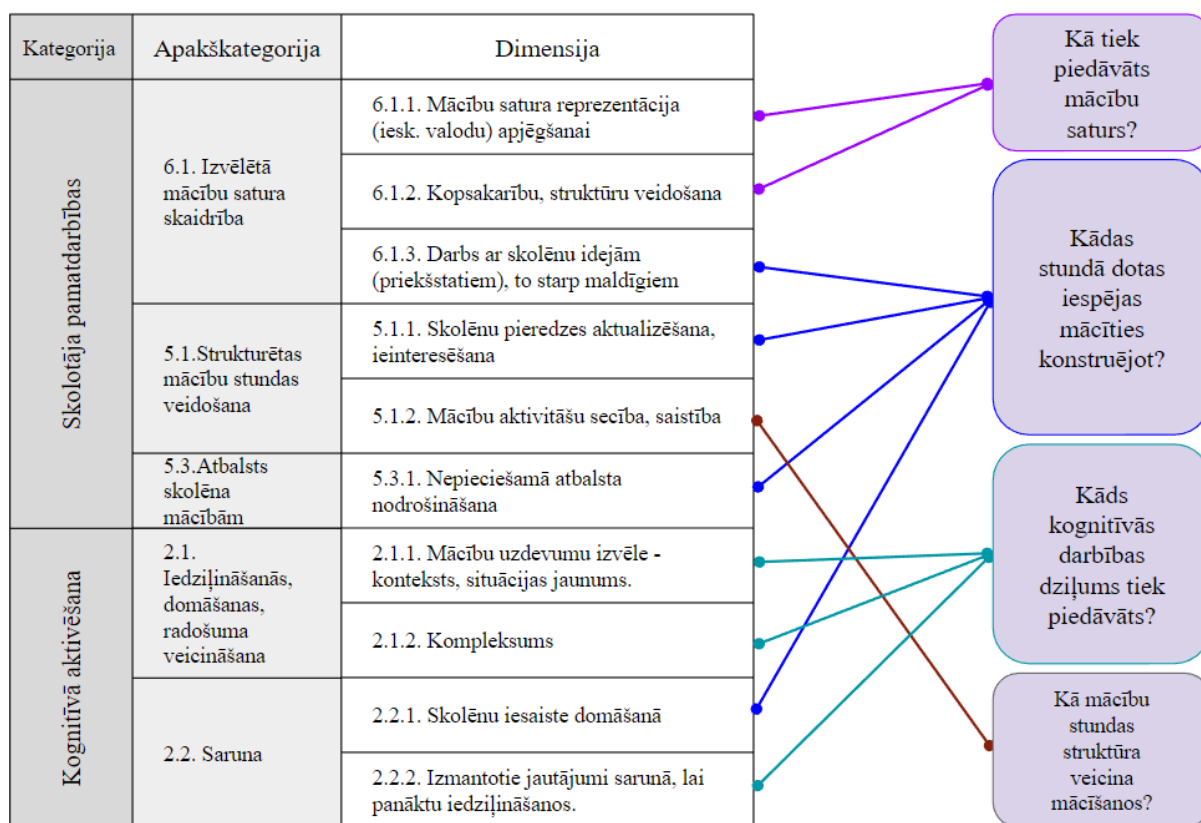
Lai noskaidrotu matemātikas mācīšanas tendences sākumskolā, tika vērotas 1. – 4. klases matemātikas stundas, veiktas šo stundu transkripcijas un izvērtējums. Analīzei tika izmantots “Teorētiskais ietvars skolotāju snieguma vērtēšanai 21.gs. prasmju mācīšanā” (Bērtule, Dudareva, Namsone, Čakāne, & Butkēviča, 2019). Praksē vērotais tika salīdzināts ar to, kas konkrētajā gadījumā atbilst labai praksei, šim nolūkam izmantoti atbilstošā kritērija dimensijas līmeņa apraksti (deskriptori). Izmantotais teorētiskais ietvars un snieguma līmeņu apraksti iepriekš validēti (Bērtule et al., 2019). Pētījuma nolūkiem izvēlētas tikai kategorijas un to dimensijas (skatīt 1.attēlu), kas sniedz informāciju saistībā ar to, kā skolēniem tiek piedāvāta iespēja mācīties spriest.

Spriešana mācību stundā ir iespējama:

1. skolotājam daudzveidīgi piedāvājot jēgpilnu saturu – to, par ko spriest -, kā arī veicinot matemātisku kopsakarību veidošanos skolēnam. Lai vērotajās stundās izvērtētu to, kā tiek piedāvāts mācību saturs, izvēlētas dimensijas 6.1.1. un 6.1.2.;
2. skolēnam konstruējot savas zināšanas. Mācīšanās kā apgūstamā satura jēgas konstruēšana skolēnam mācību stundā sākas ar skolēna iepriekšējās pieredzes aktualizēšanu; tā ietver darbu ar skolēna priekšstatiem; iespēju skolēnam iesaistīties sarunā, lai formulētu idejas un dalītos ar apjēgto. Lai izvērtētu to, kādas stundā dotas iespējas mācīties konstruējot, izvēlētas dimensijas 6.1.3., 5.1.1., 5.3.1. un 2.2.1.;

3. skolēnam dodot iespēju iedziļināties. Izziņas darbības dziļumu iespējams saskatīt analizējot skolotāju piedāvāto mācību uzdevumu un uzdoto jautājumu dziļumu, kompleksumu un situācijas jaunumu. Lai izvērtētu to, kāds kognitīvās darbības dziļums tiek piedāvāts, izvēlētas dimensijas 2.1.1., 2.1.2. un 2.2.2.;
4. ja ir prasmīgi izveidots stundas dizains un skaidrība par notiekošo stundā. Mācīšanos veicina uz sasniedzamo rezultātu virzīts skaidrs stundas dizains. Lai izvērtētu to, kā mācību stundas struktūra veicina mācīšanos, izvēlēta dimensija 5.1.2.

Tādejādi pētāmais jautājums – par to, kā skolotāji matemātikas stundās sākumskolā sniedz iespēju skolēnam spriest – tiek sastrukturēts 4 precizējošos jautājumos, kas tiks aplūkoti rezultātu sadaļā, tā sniedzot daudzpusīgu priekšstatu.



1.attēls. Izvēlētās snieguma izvērtēšanas kategorijas, apakškategorijas un dimensijas (autoru veidots)

Figure 1 Selected performance evaluation categories, subcategories and dimensions (made by Authors)

Datus ievāca 5 iepriekš apmācīti eksperti. Analīze tika veikta, aizpildot veidlapu, kurā novērtēts skolotāja sniegums atbilstoši izvēlētai ietvara kategorijām piecos līmeņos (0., 1., 2., 3. un 3.+), kur 3.līmenis ir vēlamais - sagaidāmā labā prakse, nepieciešamības gadījumā uzrādot pierādījumus transkripcijā un komentārus, kāpēc snieguma raksturošanai izvēlēts konkrēts līmenis. Lai panāktu

lielāku datu ticamību, pirms stundu analīzes tika organizētas divas ekspertu fokusgrupas diskusijas. Katrs eksperts individuāli izanalizēja vienu un to pašu stundu pēc tās transkripcijas, pēc tam diskusijā vienojoties par stundā redzamā snieguma līmeni. Diskusijas rezultātā vadošā pētnieka vadībā eksperti nonāca pie vienotas izpratnes par katra līmeņa deskriptora nozīmi stundas kontekstā.

Pētījuma izlasi veido 23 mācību stundas 1. – 4. klasēs, kas vērotas 11 skolās, laika posmā no 2022. gada 26. septembra līdz 14. decembrim. Skolēnu skaits klasē bija sākot no 13 līdz 29.

Rezultāti *Results*

Stundu analīzes aplūkotas atbilstoši izvēlētajām kritēriju dimensijām pret 4 izvirzītajiem precizējošajiem jautājumiem (1.att.) pēc novērotajiem snieguma līmeņiem (1.tab.).

1.tabula Stundās novērotie snieguma līmeņi (autoru veidots)
Table 1 Observed performance levels (made by Authors)

Kritērija dimensija	3. un 3.+ līmenis	2. līmenis	1. līmenis	0. līmenis
6.1.1. Mācību satura reprezentācija apjēgšanai	3	14	6	0
6.1.2. Kopsakarību, struktūru veidošana	2	1	16	4
6.1.3. Darbs ar skolēnu idejām (priekšstatiem), to starp maldīgiem	1	6	5	11
5.1.1. Skolēnu pieredzes aktualizēšana, ieinteresēšana	8	6	6	3
5.1.2. Mācību aktivitāšu secība, saistība	5	9	6	3
5.3.1. Nepieciešamā atbalsta nodrošināšana	1	9	10	3
2.1.1. Mācību uzdevumu izvēle - konteksts, situācijas jaunums	3	12	7	1
2.1.2. Kompleksums	0	4	14	5
2.2.1. Skolēnu iesaiste domāšanā	1	4	16	2
2.2.2. Izmantotie jautājumi sarunā, lai panāktu iedziļināšanos	2	5	15	1

n=23

1. Kā tiek piedāvāts mācību saturs?

Konstatēts, ka skolotāji dominējoši izvēlas mācību satura skaidrojumam atbilstošu reprezentāciju, korektu mācību priekšmeta valodu (14) un izvēlas būtisku, standartam atbilstošu saturu, bet strādā uz kādu atsevišķu jēdzienu (16). Dominējošā prakse pret sagaidāmo labo praksi parādīta 2.tabulā.

2.tabula Kā tiek piedāvāts mācību saturs. Dominējošais un optimālais sniegums
 (autoru veidots)

Table 2 How the learning content is administered. Dominant and optimal achievement (made by Authors)

Kritērija dimensija	Vērotais dominējošais sniegums	Sagaidāmais sniegums (3.līmenis)
6.1.1. Mācību satura reprezentācija apjēgšanai	Izvēlas mācību satura skaidrojumam atbilstošu reprezentāciju; lieto korektu mācību priekšmeta valodu. (2.līmenis - 14 stundās)	Izvēlas mācību satura skaidrojumam vairākas vispiemērotākās reprezentācijas. Pārlicinās, vai izvēlētā mācību satura reprezentēšana un valodas lietojums, skolēnam ir skaidrs.
6.1.2. Kopsakarību, struktūru veidošana	Izvēlas būtisku, standartam atbilstošu saturu, bet strādā uz kādu atsevišķu jēdzienu. (1.līmenis - 16 stundās)	Satura apguve tiek virzīta uz būtisko, saistot jaunus jēdzienus esošajā jēdzienu sistēmā, atsedzot kopsakarības.

2. Kādas stundā dotas iespējas mācīties konstruējot?

Konstatēts, ka skolotāji cenšas ieinteresēt skolēnus, aktualizēt skolēnu iepriekšējo pieredzi (8), daļā vēroto stundu aktualizēšana nav tieši saistīta ar sasniedzamo rezultātu (6) vai novērota “iesildīšanās” (6).

Konstatēts, ka darbs ar skolēnu priekšstatiem skolotājiem rada grūtības, jo tikai 1 vērotajā stundā konstatēta sākotnējo priekšstatu pārveide zinātniskos priekšstatos; 6 gadījumos noskaidroti skolēnu priekšstati, reaģējot uz tiem; 5 gadījumos prognozēti iespējamie maldīgie priekšstati, bet 11 gadījumos novēroti maldīgu priekšstatu veidošanās riski skolēniem.

Skolēniem 16 vērotajās stundās ir bijušas ierobežotas iespējas iesaistīties tādā sarunā, kas veicina domāšanu, jo skolotājs vērotajās stundās jautāja un skaidroja pats.

Tikai 9 vērotajos gadījumos uzdevuma apjoms paver iespēju, lai skolēni darbotos iespējami patstāvīgi, tiek sekots skolēnu darbībām, nepieciešamības gadījumā sniedzot konkrētu atbalstu (atgādes, norādes, pārrunāju rīcības plānu, iespējamus risinājumu ceļus u.c.), tostarp atvēlot vairāk laika. 10 gadījumos konstatēts, ka skolotājs dod īslaicīgus uzdevumus, lai skolēni darbotos viņa stingrā vadībā. 3 vērotajās stundās skolēniem netika dots pietiekami ilgs laiks domāšanai. Dominējošā prakse pret sagaidāmo labo praksi parādīta 3.tabulā.

3.tabula. Kādas stundā dotas iespējas mācīties konstruējot. Dominējošais un optimālais sniegums (autoru veidots)

Table 3 What opportunities for learning by constructing are given in the lesson. Dominant and optimal achievement (made by Authors)

Kritērija dimensija	Vērotais dominējošais sniegums	Sagaidāmais sniegums (3.līmenis)
5.1.1. Skolēnu pieredzes aktualizēšana, ieinteresēšana	(3.līmenis - 8 stundās) Cenšas ieinteresēt skolēnus. Aktualizē skolēnu pieredzi, prasmes – iepriekš mācīto, bet reizēm aktualizācija precīzi neatbilst konkrētās stundas plānotajam rezultātam. (2.līmenis - 6 stundās)	Stundas ievadaktivitātes ir skolēnam personiski nozīmīgas, motivējošas, atbilstošas plānotajam SR. Precīzi tiek aktualizēta skolēnu pieredze, kas nepieciešama plānotā rezultāta sasniegšanai

	Veido stundā “iesildīšanos” - ierosināšanu, tā ne vienmēr ir tieši saistīta ar konkrētajā stundā nepieciešamajam zināšanām un prasmēm. (1.līmenis - 6 stundās)	
6.1.3. Darbs ar skolēnu idejām (priekšstatiem), to starp maldīgiem	Iespējama maldīgu priekšstatu veidošanās. (0.līmenis - 11 stundās)	Tiek veidots process, kurā notiek sākotnējo t.sk. maldīgo priekšstatu pārveide par zinātniskiem viena mācību priekšmeta ietvaros.
2.2.1. Skolēnu iesaiste domāšanā	Praksē visbiežāk skolotājs jautā pats. Ja skolēni ātri nedod vajadzīgo atbildi, skaidro skolotājs; ļauj atbildēt tiem skolēniem, kuri vēlas. (1.līmenis - 16 stundās)	Tiek veidota situācija, lai skolēni jautātu par mācīšanās saturu; izmantoti jautājumi un dažādās skolēnu atbildes, nepieciešamības gadījumā tās pārfrāzējot, lai panāktu sarunas precīzāku virzību, padziļināšanu. Ir vienošanās ar skolēniem par noteikumiem, kā katrs var iesaistīties sarunā.
5.3.1. Nepieciešamā atbalsta nodrošināšana	Uzdevuma apjoms paver iespēju, lai skolēni darbotos iespējami patstāvīgi. Tiek sekots skolēnu darbībām, nepieciešamības gadījumā sniedzot konkrētu atbalstu, tostarp atvēlot vairāk laika. (2.līmenis - 9 stundās) Dod īslaicīgus uzdevumus, lai skolēni darbotos stingrā skolotāja vadībā, ierobežotā laikā. (1.līmenis - 10 stundās)	Veido mācību procesu tā, lai skolēniem ir iespēja pašiem patstāvīgi risināt lielāka apjoma atvērtus uzdevumus (t.sk. veidot projektus), skolotāja atbalstu saņemot nepieciešamības gadījumā. Skolēniem ir pietiekami liels laiks domāšanai un darīšanai.

3. Kāds kognitīvās darbības dziļums tiek piedāvāts?

Konstatēts, ka skolotāji dominējoši izmanto uzdevumus, kas neprasa konstruēt jaunas zināšanas. Uzdevuma veikšanai nepieciešama kāda atsevišķa izziņas prasme. Izmanto vairākus neliela apjoma īslaicīgus uzdevumus (14). Skolotāju izvēlēto uzdevumu konteksts atbilst skolēna pieredzei, tas saistīts ar mācību priekšmeta saturu; situācija skolēniem pazīstama, prasa tiešu pārnesumu (12); konstatēts, ka skolotājiem ir izaicinājums veidot tādu mācību procesu, kurā vairāk strādāt ar mazāk pazīstamu kontekstu, jaunām situācijām, pakāpeniski palielinot uzdevumu apjomu; kā arī reti tiek izmantoti uzdevumi, kas prasa konstruēt zināšanas.

Skolotāji dominējoši (15) uzdod jautājumus par atsevišķiem mācību satura elementiem, lai pārliecinātos par skolēnu zināšanām; uz jautājumu ir viena pareizā atbilde. Konstatēts izaicinājums uzdot atvērtus jautājumus, uz kuriem ir iespējamas vairākas atbildes. Dominējošā prakse pret sagaidāmo labo praksi parādīta 4.tabulā.

4.tabula Kāds kognitīvās darbības dziļums tiek piedāvāts. Dominējošais un optimālais sniegums (autoru veidots)

Table 4 Opportunities to think deeper. Dominant and optimal achievement (made by Authors)

Kritērija dimensija	Vērotais dominējošais sniegums	Sagaidāmais sniegums (3.līmenis)
2.1.1. Mācību uzdevumu izvēle - konteksts, situācijas jaunums.	Izmanto uzdevumus, kuru konteksts atbilst skolēna pieredzei, tas saistīts ar mācību priekšmeta saturu; situācija skolēniem pazīstama, prasa tiešu pārnesumu. (2.līmenis) - 12 stundās)	Izmanto uzdevumus, kur skolēnam jālieto savas zināšanas un prasmes iepriekš nepieredzētā kontekstā; tie prasa pārnesumu uz jaunu situāciju, viena mācību priekšmeta ietvaros.
2.1.2. Komplekss	Izmanto uzdevumus, kas neprasa konstruēt jaunas zināšanas. Uzdevuma veikšanai nepieciešama kāda atsevišķa izziņas prasme. Izmanto vairākus neliela apjoma īslaicīgus uzdevumus. (1.līmenis - 14 stundās)	Izmanto kompleksu uzdevumu – tas prasa, lai skolēns pats konstruētu zināšanas liekot kopā gan priekšmeta specifiskās zināšanas un prasmes, augsta līmeņa izziņas prasmes. Uzdevuma veikšana aizņem lielāko daļu stundas.
2.2.2. Izmantotie jautājumi sarunā, lai panāktu iedziļināšanos	Uzdod jautājumus par atsevišķiem mācību satura elementiem, lai pārliecinātos par skolēnu zināšanām. Uz jautājumu ir viena pareizā atbilde. (1.līmenis - 15 stundās)	Uzdod jautājumus par būtisko mācību saturā kopumā, lai, skolēni pamatotu savas izteiktās domas. Jautājumam nav viennozīmīgi pareizas atbildes.

4. Kā mācību stundas struktūra veicina mācīšanos?

3 vērotajās stundās identificēts, ka skolotājs izmanto tikai tādus uzdevumus, mācību aktivitātes, kas būtiskas rezultāta sasniegšanai, secīgas, savstarpēji saistītas, vēl 9 gadījumos novēroti centieni tās saistīt. Dominējošā prakse pret sagaidāmo labo praksi parādīta 5.tabulā.

5.tabula. Kā mācību stundas struktūra veicina mācīšanos. Dominējošais un optimālais sniegums (autoru veidots)

Table 5 How lesson structure promotes learning. Dominant and optimal achievement (made by Authors)

Kritērija dimensija	Vērotais dominējošais sniegums	Sagaidāmais sniegums (3.līmenis)
5.1.2. Mācību aktivitāšu secība, saistība	Izvēlas tādus uzdevumus, mācību aktivitātes, kas vajadzīgas plānotā rezultāta sasniegšanai. Mēģina aktivitātes savstarpēji saistīt. (2.līmenis)	Izvēlas tikai tādus uzdevumus, mācību aktivitātes, kas būtiskas rezultāta sasniegšanai, secīgas, savstarpēji saistītas.

Pētījuma ierobežojumi: pētījuma izlase nereprezentē visu valsti, līdz ar to vispārinājumi veikti no neatlasītas kopas.

Secinājumi un diskusija Conclusions and discussion

Izvērtējot stundas pēc kritērijiem, kuri būtiski skolēna spriešanas prasmju attīstīšanai, novērots, ka, piedāvājot mācību saturu, skolotāji salīdzinoši veiksmīgi

izvēlas atbilstošas satura reprezentācijas un lieto korektu valodu, aktualizē skolēnu pieredzi un izvēlas sasniedzamajam rezultātam atbilstošas aktivitātes.

Vērojama tendence, ka sākumskolas skolotājiem matemātikas stundās izaicinājumus sagādā:

- kopsakarību veidošana. Skolotāji lielākoties strādā uz kādu atsevišķu jēdzienu, paņēmiena apguvi, apzināti neveidojot sakarību izpratni - sakarību shēmu konstruēšanu prātā (Skemp, 1987), izprati par to, kur no jauna apgūtais iederas skolēnam zināmās informācijas gūzmā;
- mācīšanās konstruējot zināšanas;
- uzdevumu izvēle un saruna, kas skolēnam ļauj domāt “dziļi” - pārnesums uz citu jaunu situāciju, kompleksi uzdevumi, kuru risināšanai nepieciešamas augstas izziņas līmeņa prasmes, skolēniem nepieciešamība skaidrot, pamatot, kas sakrīt ar jaunā mācību satura prasībām (MK, 2019).

Stundās novērotais sniegums sakrīt ar citā pētījumā (Namsone, Čakāne & Eriņa, 2021) iegūtiem datiem, kurā vērotas un analizētas dažādu priekšmetu stundas 1. – 12.klasē. Šajā pētījumā arī novērots, ka lielākajā daļā stundu skolēniem piedāvā neliela apjoma, īslaicīgus, tipveida uzdevumus, kuru risināšanai nepieciešama kāda atsevišķa izziņas prasme, tādus uzdevumus, kas neprasa konstruēt jaunas zināšanas; saruna stundā par atsevišķiem satura elementiem ar vienu pareizu atbildi. Tāpat salīdzinoši veiksmīgāk demonstrēta mācību satura skaidrība un struktūra - prasmīgi veikta aktualizācija un mācību uzdevumu, aktivitāšu izvēle, kas virza uz sasniedzamo rezultātu, tiek lietotas atbilstošas reprezentācijas un valoda. Rezultāti atšķiras skolotāju sniegumā saistībā ar kopsakarību veidošanu un darbu ar skolēnu priekšstatiem, minētajā pētījumā šajos kritērijos stundās tika novērots labāks sniegums. Ir nepieciešama turpmāka izpēte, lai konstatētu vai atšķirīgais sniegums vērojams plašākās klašu un priekšmetu kopas dēļ, t.i. izaicinājumi ir īpaši tieši sākumskolas vai matemātikas skolotājiem, vai arī meklējams kāds cits skaidrojums.

Turpmāk nepieciešams pētīt arī to, kāda veida profesionālā pilnveide nepieciešama sākumskolas skolotājiem, lai viņi mērķtiecīgi varētu mācīt skolēniem spriest matemātikas stundās, kas ietver prasmes saskatīt un skaidrot kopsakarības, domāt “dziļāk” un konstruēt zināšanas.

Summary

The new mathematics curriculum in Latvia shifts from the traditional focus of fact and procedure memorization to problem-solving, high-level thinking and teaching reasoning skills that require appropriate teaching and learning in the classroom. To see how teachers are managing this change a research question was posed: how are teachers enabling students to reason in primary math lessons? This

research was done in order to identify gaps in teaching practices and to create appropriate professional development.

To understand what is happening in primary math classrooms, five experts observed, transcribed and analysed 23 lessons in grades 1 to 4. To evaluate teacher performance level a previously validated rubric was used: the “Framework for teacher performance assessment to support teaching 21st century skills”. For the purpose of this study only those categories and dimensions were chosen that provide information that are relevant to the acquisition of students' reasoning skills.

It was observed that during lessons teachers relatively successfully chose appropriate representations of the learning content, used accurate language, gained attention and stimulated recall of prior learning, and chose activities that corresponded to the planned learning outcomes.

It was concluded that primary school teachers tend to face the following challenges while conducting mathematics lessons:

- Making connections: Teachers mostly teach a single concept or technique, without deliberately creating relational understanding;
- Organizing learning so that students construct their own knowledge;
- Choosing tasks and leading conversations that allow student to think "deeply" – providing a necessity to transfer knowledge and skills to new settings, offering complex tasks, the solution of which requires high cognitive skills, and creating opportunities for students to explain and justify their thinking.

Pateicības *Acknowledgments*

Šo pētījumu atbalsta valsts pētījumu programmas "Letonika latviskas un eiropeiskas sabiedrības attīstībai" projekts: “Inovātīvi risinājumi kombinētās mācīšanās ieviešanai mācību procesa digitālās transformācijas kontekstā”, VPP-LETONIKA-2021/1-0010.

Literatūras saraksts *References*

- Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning?. *Journal of educational psychology*, 103(1), 1.
- Anderson, N. (2021). Keep calm and press for reasoning. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 114(8), 591-597.
- Bērtule, D., Dudareva, I., Namsone, D., Čakāne, L., & Butkēviča, A. (2019). Framework of Teacher Performance Assessment to Support Teaching 21st Century Skills. *Proceedings for International Technology, Education and Development (INTED)*.

- Bronkhorst, H., Roorda, G., Suhre, C., & Goedhart, M. (2020). Logical reasoning in formal and everyday reasoning tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1673-1694.
- Fiorani, H. (2014). Hands-On Math in Kindergarten. In *K-12 Education: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications* (pp. 1604-1614). IGI Global.
- Forman, E. A., & McPhail, J. (1993). Vygotskian perspective on children's collaborative problem-solving activities. *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development*, 213-229.
- Gagne, R. M., Briggs L. J. & Wager, W. W. (1992). *Principles of Instructional Design*. Harcourt Brace College Publishers.
- Glaserfeld, E. V. (1989). Constructivism in education. In: Husen T, Postlethwaite TN (eds) *The international encyclopedia of education, supplement, vol 1*. Pergamon Press, Oxford/New York, pp. 162–163.
- Halpern, D. F. (2013). *Thought and knowledge: An introduction to critical thinking*. Psychology Press.
- Huinker, D. & Bill, V. (2017). *Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices in K—Grade 5*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Namsone, D., Čakāne, L., & Eriņa, D. (2021). Theoretical Framework For Teachers Self-Assessment To Teach 21st Century Skills. In Society. Integration. Education. *Proceedings of the International Scientific Conference, Vol. 2*, pp. 402-429.
- Ministru kabinets. (2019). *Noteikumi par valsts vispārējās vidējās izglītības standartu un vispārējās vidējās izglītības programmu paraugiem, Nr.416*. Pieejams: <https://likumi.lv/ta/id/309597-noteikumi-par-valsts-visparejas-videjas-izglitibas-standartu-un-visparejas-videjas-izglitibas-programmu-paraugiem>
- Oliņa, Z., Namsone, D., & France, I. (2018). Kompetence kā komplekss skolēna mācīšanās rezultāts. No D. Namsones (sast.) *Mācīšanās lietpratībai*, 18-43. LU Akadēmiskais apgāds.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition*. Paris: PISA, OECD publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018). *PISA 2022 MATHEMATICS FRAMEWORK (DRAFT)*. OECD. Retrieved from: <https://pisa2022-maths.oecd.org/files/PISA%202022%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>
- Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin Books.
- Thompson, P. W. (2020). Constructivism in mathematics education. In *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 127-134). Cham: Springer International Publishing.
- Uttal, D. H., Liu, L. L., & DeLoache, J. S. (1999). Taking a hard look at concreteness: Do concrete objects help young children learn symbolic relations? In L. Balter & C. S. Tamis-LeMonda (Eds.), *Child psychology: A handbook of contemporary issues* (pp. 177–192). Psychology Press.
- Valsts izglītības satura centrs. (2018). *Matemātika 1.–9. klasei. Mācību priekšmeta programmas paraugs*. Skola 2030. Pieejams: <https://mape.skola2030.lv/resources/159>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2019). *Elementary and middle school mathematics*. London: Pearson Education UK.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wood, T., & Tumer-Vorbeck, T. (2014). Extending the conception of mathematics teaching. In *Beyond classical pedagogy* (pp. 199-222). Routledge.