

VIDUSSKOLĒNU DOMĀŠANAS VEIDI MATEMĀTIKAS MĀCĪŠANĀS PROCESĀ

Secondary School Students' Types of Thinking in Learning Mathematics

Austra Reihanova

Daugavpils Universitāte, Latvija

Abstract. *In this article author discusses different patterns of learners' thinking learning mathematics. The main topic of this article is related to the different perceptions of each pupil, the ability to analyze and draw conclusions, therefore, the author proposes to change the organization of the study process and divide pupils into two groups, which will provide opportunities to acquire knowledge for each type of thinking in separate groups and at the appropriate pace and level.*

The aim of the article is to analyze the results of mathematical learning using different types of thinking and strategies. Student inspections, which were used as primary documents and questionnaires with open questions, were used to collect the data. The analysis of documents and the author's long-term work experience form the study. In the initial stage of the study, a case study analysis method was used for data processing.

Keywords: *thinking process, thinking patterns, mathematics learning process, thinking patterns and lecture type teaching model.*

Ievads

Introduction

Mūsdienu sabiedrībā ir nepieciešami domājoši cilvēki, kuri ir spējīgi nepārtraukti izglītoties, ir apveltīti ar radošo domāšanu (Irvine, 2015). Cilvēki, kuri ir spējīgi novērtēt situāciju, prot to argumentēti pamatot un radīt jaunas idejas (Robinsons, 2013).

Pastāvošā mācību sistēma nodrošina vispārējas zināšanas visos mācību priekšmetos, neradot ieinteresētību domāt radoši, izvērsti un dziļi. Eiropas Savienības pētījumā konstatēts, ka Latvijas skolēnu skaits, kuri spēj atrisināt augstākās grūtības pakāpes uzdevumus ir viens no zemākajiem starp ES valstīm (PISA 2012). Skolēni neredz virzību uz tiem mērķiem, kurus vēlas sasniegt, jo pastāvošajā mācību modelī netiek padziļinātas tās zināšanas, kuras būs nepieciešamas nākotnē, bet viņi tērē laiku virspusēju zināšanu apguvei (Skola 2030). Tiekšanos uz mērķi var panākt, ja mērķis ir skaidri saskatāms un tiek dota iespēja uz to virzīties. Skolēniem jābūt stingram sākuma zināšanu

pamatam, uz kura balstīt tālāku zināšanu apguvi. Šīm zināšanām ir jābūt dziļām kādā noteiktā mācību priekšmetā, kurš šo pamatu veidos (Geidžs, 1999).

Raksta aktualitāte saistās ar katra skolēna atšķirīgu uztveri, spēju analizēt un izdarīt secinājumus, tādēļ tiek piedāvāts mainīt mācību procesa organizācijas formu un sadalīt skolēnus divās grupās, kuras nodrošinās iespējas, apgūt zināšanas katram domāšanas veidam atsevišķās grupās un sev piemērotā tempā un līmenī.

Raksta mērķis ir analizēt matemātikas mācību rezultātus, izmantojot dažādus domāšanas veidus un stratēģijas, lai skolēni spētu veiksmīgi apgūt domāšanas sistēmas, izstrādāt mācīšanās stratēģiju un strukturēti risināt problēmsituācijas matemātikā. Analizējot pedagoģijas un psiholoģijas literatūru, tika noskaidrotas nostādnes par skolēnu domāšanas veidiem. Tika iegūtas atbildes uz aptaujas aktuālajiem jautājumiem saistībā ar mācību saturu, kuru mērķis bija noskaidrot, kas palīdz un traucē skolēniem apgūt matemātiku vidusskolā.

Rakstā datu ieguvei izmantoti skolēnu pārbaudes darbi un anketas ar atvērtiem jautājumiem. Pārbaudes darbi izmantoti kā primārie dokumenti. Dokumentu analīze un raksta autore ilggadējā darba pieredze veido vienu veselumu. Pētījuma sākuma posmā datu apstrādei izmantota gadījuma analīzes pētījuma metode, tālākā analīzes gaitā pētījuma zinātniskuma pamatošanai izmantota daudzveidīgu datu avotu triangulācijas metode (Pipere et al., 2016).

Domāšanas sākumpunkts ir problēmsituācija *The starting point for thinking is the problem situation*

Mērķtiecīgu domāšanas procesu uzsāk problēmsituācijas klātbūtne. Šai situācijai ir jābūt subjektīvi apzinātai, tas nozīmē, ka problēmsituācija tiek piedāvāta un skolēnam tā ir jārisina. Pedagoģijas procesā šo atziņu nepielieto, tādēļ rodas jautājums par mācīšanās motivāciju (Šteinberga, 2011).

Uzsākot problēmsituācijas risināšanu, skolēnam ir nepieciešams izveidot sistēmu (Fišers, 2005; Поња, 1961), pēc kuras viņš turpinās domāšanas procesu. Skolēns uzsāk problēmsituācijas analīzes, kuras laikā notiek informācijas sadalīšana mazākās daļās, tālāk tiek ģenerēts darbības plāns, pēc kura tiek turpināts darbs.

Lai iepriekš iegūtās zināšanas apkopotu ar jaunajām zināšanām, tiek veikta sintēze, kuras laikā notiek atsevišķu zināšanu apkopošana vienā veselumā. Tās laikā notiek iepriekš iegūto un jauno zināšanu salīdzināšana, kā arī tiek noteiktas līdzības un atšķirības dotajā problēmsituācijā. Kad tiek apskatīti visi uzdevuma iespējamie risināšanas paņēmieni, notiek vispārīnāšana, kuras laikā tiek izdarīti secinājumi par kopējām iezīmēm. Tālākais domāšanas process turpinās ar

abstrahēšanu, kuras laikā tiek atdalītas nozīmīgās un nenozīmīgās iezīmes. Tiek atstātas tikai tās iezīmes, kuras tika atdalītas vispārināšanas procesā.

Abstrahējoties no iepriekš iegūtajām zināšanām, skolēns, vai nu spēs vai nespēs risināt problēmsituāciju, jo tas ir cieši saistīts ar iepriekš iegūto zināšanu kvalitāti. Konkretizācijas laikā problēmsituācijas risinātājs var izvirzīt hipotēzi par problēmsituācijas risināšanas iespējām. Jo sarežģītāka ir problēmsituācija, jo dziļākas un plašākas zināšanas ir nepieciešamas skolēnam (Geidžs, 1999; Mencis, 1984; Поля, 1961).

Domāšanas veidu iedalījums *Types of thinking*

Domāšanas procesa laikā tiek radītas jaunas idejas par konkrētu mācību saturu. Ja kāds skolēns domā sarežģīti, viņam ir grūti skaidri izteikties. Lai viņu saprastu, jādomā līdzīgi un jānonāk pie tiem pašiem secinājumiem.

Domāšanas veidu iedalījuma pamatā var būt dažādi kritēriji (Gilfords, 1967; Nikiforovs, 2006; Šteinberga, 2011):

- 1) domāšanas veida raksturojums pēc attīstības ģenēzes līmeņiem: (a) domāšana darbības laikā; (b) tēlainā domāšana, (c) verbāli loģiskā domāšana; (d) abstrakti loģiskā domāšana;
- 2) domāšanas veidu iedalījums, pēc H. Gārdnera (Gardner, 1983): (a) verbālā un loģiskā domāšana ir racionāla un analītiska prāta darbība, tā saistās ar racionālu mācīšanos; (b) intuitīvā domāšana ir ātra, automātiska, daļēji neapzināta, asociatīva, emocionāla un pat neverbāla, tā saistās ar emocionālu mācīšanos.

Racionālās mācīšanās laikā informācija tiek uztverta ar prātu un prāts tiek vingrināts tik ilgi, līdz zināšanas nokļūst ilglaicīgajā atmiņā, t.i., zemapziņā, un darbības kļūst automātiskas. Emocionālā mācīšanās nosaka to, ka skolēnam vispirms rodas interese, tad vēlmes, kuras izraisa vajadzību pēc darbības, un šo darbību veikšanai ir nepieciešamas zināšanas un prasmes. Darbība kļūst personiski nozīmīga, saīsinās zināšanu un prasmju veidošanās process, tā rezultātā veidojas paātrinātā mācīšanās.

- 3) Kognitīvās evolūcijas pētnieki secinājuši, ka pastāv divi atšķirīgās domāšanas specializācijas tipi – intuitīvais un racionālais, pēc Utināna (Utināns, 2015);

Kognitīvās domāšanas laikā skolēni cenšas attīstīt dziļāku un pamatīgāku pašu nozīmi jēgas veidošanas procesam. Jēga veidojas gan skolēnu prātos, balstoties uz iepriekšējām zināšanām, gan tajā vidē, kultūrā un sabiedrībā, pie kuras skolēni pieder (Geidžs, 1999; Vigotskis, 2002; Piaget, 1956).

- 4) Domāšanas veida raksturojums pēc domas izvērstības pakāpes, pēc Dž. P. Gilfords (Guilford, 1959): (a) konverģentā domāšana pieprasa

izvēlēties vienu risinājumu no vairākiem iespējamajiem, kura raksturojas ar informācijas sintēzi un ir zināšanu virzīšanās uz problēmas atrisinājumu, ar viena pareizu atbildi, (b) diverģentās domāšanas procesā tiek radītas vairākas risinājuma alternatīvas, kuras raksturojas ar ideju plūsmu dažādos virzienos un aplūko dažādus aspektus, kuri attiecas uz doto problēmu. Tāda domāšana ir saistīta ar radošumu un dod jaunās idejas un risinājumus.

Diverģentā domāšana piemīt radošiem cilvēkiem, kuri spēj veidot jaunas kombinācijas no atsevišķiem elementiem. Pirmajā mirklī šķiet, ka starp šiem elementiem nav savstarpēju likumsakarību (Šteinberga, 2011; Gudjons, 1998).

- 5) Domāšanas veidu raksturojums pēc novitātes un oriģinalitātes pakāpes iedala divos līmeņos: (a) reproduktīvās (attēlojošās) domāšanas pamatā ir tēli un priekšstati, kuri iegūti no kādiem konkrētiem izziņas avotiem. Šim domāšanas veidam ir svarīga nozīme, jo tas palīdz izprast jauno mācību vielu, pielietot zināšanas praksē un nosaka uzdevuma risināšanas procesu, tā pārbaudi un loģisku pamatojumu, (b) produktīvās (radošās) domāšanas pamatā ir radoša iztēle.
- 6) Domāšanas veida raksturojums pēc risināmo uzdevumu darbību rakstura, pēc B. M. Teplova (Теплов, 1961);
- 7) teorētiskā domāšana saistās ar hipotēžu izvirzīšanu, teoriju izstrādi, stratēģiju izveidi un noteiktu uzdevumu risināšanu,
- 8) praktiskā domāšana saistās ar konkrētu uzdevumu risināšanu, tā noris reālā laika ietvaros un tiek veikta uzdevuma lēna praktiska pārbaude, bet darbība var notikt arī ātri, īsā laika sprīdī.
- 9) Domāšanas veida raksturojums pēc spriešanas veida;
 - a) induktīvās domāšanas laikā tiek radītas jaunas domāšanas struktūras, kuras iegūtas pētniecības ceļā un process noris no atsevišķā uz vispārīgo,
 - b) deduktīvās domāšanas laikā rodas ierosme jaunām idejām un process noris no vispārīgā uz atsevišķo.
- 10) Domāšanas veida raksturojums pēc domāšanas procesu norises ātruma, pēc D. Kānemana (Kānemans, 2012): (a) ātrā (intuitīvā) domāšana darbojas automātiski un ātri, bez piepūles ģenerē iespaidus, izjūtas, jo ir saistīta ar zemapziņu. To raksturo ātra norise, tai nav stingri noteiktu posmu un tā ir minimāli apzināta, jo domāšana noris, kad nav nezināms viss problēmsituācijas realizācijas ceļš, bet ir zināms galarezultāts; (b) lēnā (iztirzājošā) domāšana balstās uz loģiskiem spriedumiem, kuri nav iegūti ar uztveri. Tā ir izvērsta laikā un tai ir stingri noteikti posmi, tā noris domājoša cilvēka apziņā un tai var izsekot visus tās etapus, jo tiek pievērsta uzmanība saistītajām mentālajām darbībām un arī komplicētu aprēķinu veikšanai, jo ir

saistīta ar apziņu. Ja intuitīvi nav atrasts risinājums problēmsituācijai un prātā nenāk eksperta līmeņa risinājums, neatrodas heuristiska atbilde, tad prāts pārslēdzas uz lēnāku, vairāk iztirzājošu domāšanu, kura saistīta ar lielāku piepūli un tiek pagarināts domāšanas procesa laiks.

Intuitīvās domāšanas pamatā ir bagāta iepriekšējā pieredze un tā ļauj netērēt laiku, lai izvērstu domāšanas procesu.

Matemātiskā domāšana *Mathematical thinking*

Matemātiskajā domāšanā galvenais ir spēja atpazīt sistēmas un saskatīt likumsakarības starp tām, jo matemātika ir stingri strukturēts ideju tīkls. Domājot matemātiski, šajā tīklā ir jāveido noteiktas likumsakarības (Поля, 1961; Крутецкий, 1968). Matemātika nenožīmē izolētas prasmes un zināšanu fragmentus, tā ir savstarpēji saistītu jēdzienu un secīgu darbību struktūra, kurā apvienojas loģiskā domāšana un praktiskā darbība (Mencis, 1984). Pedagogam jāpalīdz skolēnam saprast matemātikai piemītošā struktūra un tikai tad jāsāk mācīt atsevišķi likumi un fakti (Fišers, 2005).

Radošā domāšana sevī ietver matemātisko domāšanu. Radošos domātājus var iedalīt trīs grupās, pēc M. Gella-Manna (Siliņš, 2008): (1) domātājos, kuriem raksturīga loģika, analītiska pieeja un līdzsvarota faktu izvērtēšana; (2) domātājos, kuriem raksturīga attīstīta intuīcija, sintēzes spēja un emocionalitāte; (3) domātājos, kuru domāšanā apvienojās abi iepriekš minētie domāšanas veidi, loģiski analītiskais un intuitīvi tēlainais.

Radošajai domāšanai piemīt īpašības- elastīgums, dinamiskums, oriģinalitāte, precizitāte un iztēle (Guilford, 1959; Šteinberga, 2011), tādēļ ir svarīgi šādu pieeju izmantot jebkuras problēmsituācijas risināšanai. Izmantojot radošo domāšanu, lēmumi tiek pieņemti ātri, un tie ir kvalitatīvi. Radoši lēmumi pārvar ierastos uztveres un rīcības veidus, paver prātam iespējas radīt jaunas idejas. Domu apstiprina Fišera (Fišers, 2005) viedoklis, ka radošumam ir raksturīgs diverģentais domāšanas veids, un to izsaka tādas īpašības kā veiklība (spēja radīt lielu skaitu ideju vai problēmas risinājumu īsā laika posmā), elastība (spēja brīvi pāriet no viena problēmas aspekta uz citu), oriģinalitāte (spēja radīt negaidītas, jaunas idejas, kuras atšķiras no tām, ko radītu vairākums citu cilvēku) un spēja pilnveidot ideju (spēja papildināt ideju ar detaļām, „izskaistināt” to). Šīs domas norāda uz to, cik svarīga ir intelektuālā attīstība matemātikas apguvei un tajā izpaužas visas iespējamās radošuma pazīmes.

Minētie pētījumi norāda uz to, cik svarīgi apzināties domāšanas procesu matemātikā, jo tas ir saistīts ar problēmas apzināšanos, problēmas analīzi un

mērķa izvirzīšanu, mērķa sasniegšanas paņēmieni noskaidrošanu, hipotēzes formulēšanu, kā rezultātā rodas jauna informācija un notiek hipotēzes pārbaude.

Loģiskā domāšana matemātikā ir secīgs domāšanas process, tā ir saruna ar zemapziņu un domāšana beidzas, kad problēmsituācija ir atrisināta. Svarīgi ir iemācīt skolēnam domāt loģiski, jo ir iespējams pareizi novērtēt likumsakarības par jau esošajām un no jauna apgūstamajām zināšanām. Perspektīvā tas palīdzēs risināt ģeometrijas vai algebras uzdevumus.

Aplūkojot domāšanas procesu kvalitāti, tiek uzdots jautājums par to, kādas metodes izmantot, lai rosinātu skolēnus domāt un spriest kvalitatīvāk. Loģiskās domāšanas process ļauj izzināt īstenību un norāda uz to, ka šis process ir sarežģīts un tādēļ tas jāapgūst agrā bērnībā (Lipmans, 1982).

Fiziķis E. I. Siliņš (Siliņš, 2008) norāda, ka iztēles pamatā ir tēlainā domāšana, tā balstās uz *intuīciju*. Tēlainā domāšana dod parādības veseluma kopainu, kur veselais dominē par daļām, tā balstās uz asociatīvi vai metaforiski sasaistītiem intuitīviem priekšstatiem, kuru dziļākās saknes ir zemapziņā. Ar tēlainās domāšanas palīdzību var formulēt un atrisināt jebkuru problēmsituāciju, jo tai ir spēja abstrahēt, kodēt un simbolizēt vizuālās pieredzes modeļus, neredzot tos realitātē. Skolēni, kuriem piemīt tēlainā domāšana, spēj saskatīt daudz plašāku kopainu.

Veiksmīgai matemātikas apguvei ir nepieciešams iemācīt skolēnus kritiski domāt, tādēļ ir svarīgi izraisīt diskusiju, kura atbilst mācību stundas saturam, kuras laikā ir jācenšas iesaistīt visus skolēnus, jo tā tiek attīstītas skolēnu domāšanas prasmes un prasme kritiski vērtēt savu un citu viedokli. Tā skolēns mācās pakāpeniski risināt problēmu (Fišers, 2005; Поля, 1961; Крутецкий, 1968; Geidžs, 1999; Robinsons, 2013). Domāšana nevar būt jau gatavu zināšanu atspoguļojums, kura ir individuālās apziņas un izziņas realitātes mehānisma sastāvdaļa, tā ir produktīvs, radošs process, kurš spēj aizvest uz jaunām zināšanām (Рубинштейн, 2000).

Poiņa min trīs skolēnu atpalcības cēloņus matemātikā: (1) skolotāju slikta sagatavotība darbam, viņi neprot radoši domāt un neiemāca to darīt skolēniem; (2) ar skolēnu pieredzi nesaistītas, viegliem standartuzdevumiem pilnas mācību grāmatas; (3) principiāla neiespējamība iemācīt radošu pieeju matemātikā skolēniem, kuri to nevēlas, tātad nav mācību motivācijas. Skolēna iekšējais stāvoklis ir tas, kas liecina par skolēna cenšanos tikt galā ar viņa spēkiem atbilstošu uzdevumu.

Gārdners uzskata, ka viens no labākajiem skolēna motivācijas veidiem mācību procesā ir skolēna iekšējais stāvoklis (pacēlums) un ar to saistītās pozitīvās izjūtas. Takats atzīmē, ka matemātikas apguve būs apgrūtināta, ja skolēnam pietrūkst pamatzināšanu (Takacs, 1986).

Kruteckis akcentē matemātiski apdāvināto skolēnu psiholoģiskās īpatnības, kuras uzdevumu risināšanas procesā parādās tikai daļai skolēnu, kā domāšanas

ātrums, spējas rēķināt ātri un precīzi, laba ciparu, skaitļu un formulu atcerēšanās, telpas iztēles spēja, spēja uzskatāmi iztēloties abstraktās matemātikas attieksmes un sakarības.

Domāšanas veidu (dalītu grupu) un lekciju mācību modelis *A way of thinking and learning a lecture*

Domāšanas veids pārsvarā nosaka skolēna rīcību un izejas ceļus no nestandarta situācijām. Ir svarīgi, lai skolēna domāšanas vieds atbilstu viņa pašreizējai dzīves izpratnei un tiktu orientēts uz perspektīvu, saprotams, ka skolēna domāšanas vieda veidošanā liela nozīme ir izglītības sistēmai. Tādēļ autore piedāvā mācību modeli, kurš dod iespēju jebkuram skolēnam realizēt to mērķa sniegšanas ceļu, kuru viņš pats ir izvēlējis (Robinsons, 2013; Geidžs, 1999).

Būtisks faktors, kurš traucē kvalitatīvi apgūt zināšanas, ir tas, ka vienā mācību grupā (telpā) atrodas skolēni ar dažādu domāšanu, spēju uztvert un analizēt apgūstamo mācību vielu, šeit autores viedoklis sakrīt ar Krutecka un Kānemana viedokli (Kānemans, 2012). Tie skolēni, kuriem ir lēnāka spēja uztvert un analizēt mācību vielu, ir spiesti steigties, izlaižot neizprasto mācību vielu, kura ir nepieciešama jaunās vielas apguvei.

Mācību process, kurā skolēni tiktu sadalīti divās dalītās grupās- (domāšanas veidu grupās-ātrie, lēnie domātāji), dotu iespēju katrai skolēnu grupai, netraucējot vienai otru, apgūt vienu un to pašu mācību saturu sev pieņemamā tempā. Tā viena grupa mācību saturu apgūtu īsākā laika posmā, bet otra to pašu mācību saturu ar tiem pašiem mācību kritērijiem apgūtu visa mācību gada garumā, bet tiem skolēniem, kuriem pietrūkst iepriekš gūto zināšanu, tiktu dota iespēja tās papildināt, apmeklējot attiecīgas lekcijas, neatkarīgi no tā, kurā mācību pakāpē viņi atrodas, to apstiprina skolēnu dažādaiz zināšanu apguves līmenis, pieeja, attieksme un pašmotivācija mācību stundas laikā un problēmsituāciju analīzē.

Dalītu grupu un lekciju mācību modeļa priekšrocības: (1) pieeja nesagrauj Visuma dotās (iedzimtās) spējas, bet attīsta tās, radot stabilu platformu citu mācību priekšmetu apguvei, (2) dodot iespēju papildināt nepietiekami apgūtās zināšanas, apgūt jaunas un virzīties uz nākamās mācību pakāpes zināšanām, (3) beidzot mācības pamatskolā un turpinot mācības jebkurā augstākajā mācību iestādē, ir iespējams atgriezties jebkurā mācību līmenī (izmantojot lekcijas) un apgūt tās zināšanas, kuras skolēns nebija apguvis vai apguvis nepietiekamā līmenī.

Nozīmīgs ir M. Fulana viedoklis, ka svešas tradīcijas nevar un arī nevajag "aizņemt" (Fulans, 1999), tādēļ autore analizē kultūrvides nozīmi un piedāvā jaunu mācību modeli.

Pētījuma rezultāti **Research results**

Anketēšana tika veikta laika posmā no 2012. gada līdz 2017. gadam, lai piedāvātu sadalīt skolēnus divās grupās, kuras nodrošinās iespējas, apgūt zināšanas katram domāšanas veidam atsevišķās grupās un sev piemērotā tempā un līmenī. Anketēšana notika standartmācību stundu laikā 10. un 11. klasēs ar mērķi (1) noskaidrot skolēnu matemātikas zināšanu un apgūstamā matemātikas mācību satura apguves līmeni; (2) noteikt matemātisko spēju līmeni; (3) noteikt skolēnu domāšanas veidu; (4) noskaidrot skolēnu pašmotivāciju apgūt matemātiku.

Pētījuma dati: (1) un (2) skolas matemātikas pārbaudījuma 10. klasei un 11. klasei rezultāti; (3) skolēnu nestandarta uzdevumu rezultāti; (4) skolēnu pētniecisku uzdevumu rezultāti.

Veicot skolēnu zināšanu analīzi par skolas matemātikas mācību satura apguvi, tika veikta anketēšana 10. un 11. klasēs (n=108), lai sadalītu skolēnus grupās pēc matemātikas mācību satura apguves līmeņiem. Nestandarta uzdevumu atrisinājuma analīzei izstrādāti vērtēšanas kritēriji (trīs punkti par atrisinājumu) un pētniecības uzdevumu atrisinājuma analīzei izstrādāti vērtēšanas kritēriji (desmit punkti par atrisinājumu) galarezultātā tika noteikts katra skolēna apguves līmenis (procentos), gan nestandarta, gan pētniecisko uzdevumu risināšanā. Summējot pētījuma visās četrās sadaļās iegūtos apguves līmeņus un izsakot tos procentos, tika noteikts skolēna matemātikas apguves līmenis un izstrādāti sadalījumi domāšanas veidu grupās. Veicot, iegūto rezultātu apstrādi un interpretāciju, tika noteiktas matemātikas apguves līmeņu robežas.

Sākuma pētījumā iegūtie rezultāti tika pārbaudīti nākamajos mācību gados, gan jaunās eksperimentālās klasēs (n=89) ar citu pieredzi, gan neeksperimentālās klasēs (n=158) un līmeņu robežas tika koriģētas. Līmeņu robežas tika noteiktas, ievērojot skolas skolēnu zināšanu līmeni: pietiekams apguves līmenis (lēns domātājs) 40 %-60 %; optimāls apguves līmenis (ātrs domātājs) 60 %-86 %; augsts apguves līmenis 86 %-100 %; nepietiekams apguves līmenis 1 %-40 %.

Pētījums apstiprināja korelāciju starp skolēna pašmotivāciju mācīties matemātiku un paātrināto mācīšanos, ja skolēns pats ierosina mācīšanās procesu un to sistemātiski veic, sagatavojot kopsavilkumu par apgūstamās matemātikas tēmas saturu, studējot papildliteratūru, risinot skolas matemātikas satura uzdevumus, aktīvi darbojoties mācību stundās, veicot pētnieciskos darbus, risinot nestandarta un olimpiāžu uzdevumus.

Veicot anketēšanu un tās rezultātu analīzi, kurā piedalījās vidusskolēni no dažādām vidējās izglītības programmām, rezultāti atspoguļo, ka 10. klasēs no

visiem skolēniem (n=174): lēni domā 44 % skolēnu, ātri domā 29 % skolēnu, pietrūkst pamatzināšanu 27 % skolēnu, savukārt ir tikai 4 % skolēnu, kuri spēj domāt vairāk vai mazāk radoši, to nosaka iedzimtība, vecāku devums, kultūrvide un iepriekš iegūtās zināšanas, savukārt eksperimentālajā klasē (n=32) 3 % skolēnu ir apguvuši matemātikas mācību saturu augstā līmenī, 64 % optimālā līmenī, 15 % pietiekamā līmenī, bet 18 % pietrūkst zināšanu un vēlmes apgūt matemātiku.

Galvenās mācīšanās problēmas 10. klasē saistās ar skolēna pasīvu darbību zināšanu apgūvē: (1) pamatzināšanu trūkums- 52 % skolēnu; (2) mācību stundas temps ir par ātru- 25 % skolēnu; (3) daudz jādara pašam skolēnam- 23 % skolēnu.

Pašmotivācija mācīties matemātiku rosina: (1) izvēlētā mācību programma atbilst skolēna interesēm un spējām- 82 %; (2) papildus interesējas par matemātiku- 34 % skolēnu; (3) treniņuzdevumu risināšana mājās- 89 %; konspektu un kopsavilkumu veidošana- 77 % skolēnu.

Autore izmantojot statistikas metodes salīdzināja 10. klašu skolēnu (n=174) pārbaudījuma rezultātus algebrā un ģeometrijā. Rezultāti rāda, ka eksperimentālās klases skolēniem (n=32) ir labas priekšzināšanas matemātikas satura apgūvē, kā arī vienlīdz labi attīstīta tēlainā, loģiskā un abstraktā domāšana. Svarīgi, ka šie skolēni spēj labi saskatīt lietu kopainu, to atspoguļo ģeometrijas uzdevumu izpildes līmenis (57 %).

Galvenie skolēnu nepietiekamo zināšanu faktori matemātikā ir: pamatzināšanu trūkums, skolēnu vienaldzība un nevēlēšanās apgūt matemātiku, skolēniem pietrūkst pašmotivācijas mācīties matemātiku (pašmotivācija ir saistīta ar dabas dotām spējām).

Apkopojot anketēšanas rezultātus par skolēnu uzskatiem, kāds ir vecāku devums skolēna domāšanas attīstībā (tas ir ārējais stimuls, kurš lielākoties motivē atgūt zināšanas, kuras neatbilst skolēna vēlmēm), skolēnu viedokļi dalās: (1) 23 % skolēnu uzskata, ka bērnībā vecāki bija pakļāvuši viņus stingrai kontrolei, bet izzūdot ārējai motivācijai, skolēniem zūd vēlme turpināt sekmīgi mācīties. Šiem skolēniem pietrūkst pamatzināšanu matemātikā, prasmes mācīties, pietrūkst mērķa, uz ko tiekties un nav attīstīta matemātiskā domāšana; (2) 59 % skolēnu uzskata, ka viņiem ir attīstītas intereses citās zinību jomās, attīstītas zināmas rakstura īpašības, kuras palīdz attīstīt matemātisko domāšanu un pilnveidot sevi; ir izvirzīts mērķis, uz ko tiekties; (3) savukārt 18 % skolēnu uzskata, ka vecāki jau no bērnības sniedza atbalstu viņu matemātisko spēju un interešu attīstībai, tā attīstot viņu domāšanu un neatlaidību. Šiem skolēniem piemīt pašmotivācija un viņi ir izvirzījuši noteiktu mērķi, uz kuru tiekties. Viņiem ir attīstīta loģiskā domāšana, piemīt matemātiskā spriestspēja.

Anketēšanas rezultāti par skolēnu ticību saviem spēkiem liecina, ka (1) katrā no skolēniem slēpjas neizmantots potenciāls. Veiksmīgu galarezultātu spēj

ietekmēt tas, kāda ir skolēna attieksme pret zināšanām un tiem pedagogiem, kuri viņam tās sniedz. Tikai zinot mērķus, uz kuriem tiek ties, skolēni varēs veiksmīgi virzīties uz sasniedzamo mērķi. (2) Saskatot reālu mērķi kādā noteiktā zinātnes nozarē, skolēnam ir nepieciešama pašmotivācija. Skolēnam ir jā sastāda mērķa sasniegšanas plāns, kā uz to virzīties, un izglītības sistēmai ir jānodrošina iespējas, skolēnam realizēt savas vēlmes, jo tikai darbībā skolēns radīs pārliecību par savām spējām un varēšanu, lai izraudzīto mērķi sasniegtu. (3) Ja risinot problēmsituācijas skolēns sajūt, ka ir spēcīgāks par citiem, tas radīs papildmotivāciju sava mērķa sasniegšanai, tad ir iespējams iegūt augstākus rezultātus, nekā viņš bija cerējis, tas ir priekšnosacījums tam, ka ticībai saviem spēkiem ir virzošs spēks, to apstiprina arī Geidža viedoklis (Geidžs, 1999).

Tā kā domāt dziļi un plaši nav iespējams visos mācību priekšmetos (Gardner, 1983), tad skolēniem ir jāļauj izvēlēties tos mācību priekšmetus, kuri viņus interesē, tad viņi pratīs pārnest iegūto pieredzi uz citām zinību jomām, un pratīs pielietot iegūtās domāšanas prasmes citos mācību priekšmetos. Pašreizējā mācību modelī redzam, ka, mācot domāt virspusēji visos mācību priekšmetos, tiek iegūtas tikai virspusējas zināšanas (Skola 2030).

Pētījuma rezultāti norāda uz to, cik nemotivēti ir vidusskolēni apgūt piespiedu kārtā matemātiku, jo to pieprasa formālā izglītība, liekot kārtot obligātos eksāmenus, skolēniem pietrūkst pašmotivācijas mācīties.

Kas skolēnu rosina apgūt matemātiku? Lai apgūtu matemātiku, ir jābūt skaidram mērķim, uz ko tiek ties, tad radīsies ieinteresētība un pašmotivācija.

Kas skolēnam traucē apgūt matemātiku? Skolēnam nav izvirzīts mērķis, uz ko tiek ties, tad nav ieinteresētības un tādējādi nav pašmotivācijas.

Secinājums no ilggadējā matemātikas skolotāja vērojumiem mācību stundās: ja divas domātāju grupas atrodas vienā telpā, tad spēcīgie un talantīgie skolēni ir spiesti gaidīt pārējos, tas nemotivē skolēnu mācīties un tādā mācību stundā nav apgūtā matemātikas satura tēmas apkopojuma. Tiem skolēniem, kuriem ir izkoptas matemātiskās spējas, attīstīta matemātiskā domāšana, ir jādod iespēja mācīties paātrināti, savukārt spējīgiem un talantīgiem skolēniem, jādod iespēja ātrāk pabeigt vidusskolu un uzsākt mācības nākamajā izglītības pakāpē. Kompleksu problēmu risināšana nav iespējama ar lineāras domāšanas palīdzību, kura veidota cēloņu un seku virknē. Šajā gadījumā jāizmanto savstarpēji saistītu mijiedarbību ietekme problēmu risināšanā. Pētījumi rāda, lai skolēns attīstītu domāšanu matemātikā dziļi un plaši, ir svarīgi, lai viņam būtu priekšzināšanas par mācāmo vielu, attīstīta tēlainā, loģiskā un abstraktā domāšana. Skolēnam būtu jābūt attīstītiem visiem domāšanas veidiem.

Autores veiktā pētījumā 33 % skolēni spēj apgūt matemātiku, jo viņiem piemīt talants un matemātiskā domāšana, 44 % skolēnu apgūst matemātiku, jo ir nepieciešams un veic ar piespiešanos, savukārt 27 % skolēnu matemātika neinteresē (intereses ir saistītas ar dabas dotām spējām).

Autores pētījuma rezultātus un iegūtos secinājumus apstiprina mūsdienu zinātnieku viedokļi, ka apgūstot skolas matemātikas mācību saturu attiecīgā līmenī mazu lomu spēlē iedzimtais talants, šeit ir daudz svarīgākas pieliktās pūles, zināšanu sagatavotības līmenis un pārlicība par savām spējām (Miles Kimball & Noah Smith, 2013); veiksmīgas matemātikas apguves galvenie aspekti ir satura izpratne, problēmsituācijas stratēģijas izvēle, metakognitīvās stratēģijas un pašmotivācija, kura, savukārt, ir galvenais aspekts matemātikas apgūvē (Irvine, 2015); ja skolēns ir īpaši ieinteresēts kādā darbībā, tad spēju trūkums kompensējas ar pašmotivāciju, ar interesi par mācību priekšmetu vai nākamo profesiju (Reans, 2017).

Secinājumi Conclusions

Matemātiskās domāšanas funkciju attīstība saistīta ar loģiskās, filozofiskās domāšanas pamatprincipu un formu lomu, ar kritiskās un radošās domāšanas lomu, kura veicina domāšanas kultūras attīstību un ar zinātniskās izziņas metodēm.

Skolēnu sadalījums dalītās grupās (domāšanas veidu grupās) dotu iespēju vienai skolēnu grupai mācību gada vielas saturu pabeigt īsākā laika posmā un pāriet pie nākamā (augstākā) mācību posma, bet otra izglītojamo grupa šo pašu mācību saturu apgūtu visa mācību gada laikā. Ja skolēniem tiktu nodrošināts mācīšanās process matemātikā, kurš atbilstu viņu domāšanas veidiem, tad viņi varētu mācīties matemātiku sev ierastā tempā un apgūtu to sev vēlamā apguves līmenī. Spējīgiem skolēniem ir attīstīta izvērstā domāšana, talantīgiem skolēniem, kuri orientējas vairākās zinātņu jomās, ir attīstīta plaši izvērstā domāšana. Skolēniem, kuri ir spējīgi apgūt vielu paātrināti, ir attīstīta apsteidzošā domāšana.

Skolēna domāšanas veids ir saistīts ar skolotāja domāšanas veidu, abu sadarbībai ir jābūt nepiespiestai, brīvai, tad starp skolotāju un skolēnu veidosies dialogs, kura laikā tiks iztirzāta apgūstamā mācību viela, apspriesti neizprastie jautājumi.

Lai skolēns veiksmīgi apgūtu matemātiku ir nepieciešama loģiskā domāšana, spēja abstrahēties no vienkāršākā uz sarežģītāko un no sarežģītākā uz vienkāršāko. Lai ieinteresētu skolēnu mācīties, (1) svarīgs ir mērķis, uz kuru tiekties, (2) pašmotivācija darboties un (3) atbalstoša ārējā motivācija.

Nepietiekami rezultāti matemātikas mācību satura apgūvē, ieinteresētības un pašmotivācijas trūkums ir galvenie faktori, kuri liek meklēt matemātikas attīstības jaunu ceļu, un autore izvērtējot savu ilggadējā pedagoga pieredzi, nonāca pie secinājuma par jauna mācību modeļa piedāvājumu.

Summary

In this article different types of thinking patterns are discussed in learning mathematics. Dividing students in separate groups of mindset would enable one group of students to complete the school year's content in a shorter period of time and move forward to the next (upper) stage of education, while the other group of learners will learn the same learning content throughout the school year.

Providing students with a learning process in mathematics that fits their mindset, results with learning mathematics at their own pace and learn at their own level of learning.

The study shows that to develop student's thinking in mathematics deeply and extensively, it is important for him or her to have knowledge about the subject, and develop all kinds of thinking – imaginative, logical and abstract thinking.

For a student to successfully master mathematics, logical thinking is required because of the ability to abstract the simplest from the most complex and the most complex from the simplest.

A pilot study conducted in an experimental class, showed that 33 % of students were able to master mathematics because they had talent and mathematical thinking, 44 % of students were learning mathematics because they were pushed to, while 27 % of students were not interested in mathematics et all.

Literatūra References

- Brunner, J. S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Berlin. Problem
- Fišers, R. (2005). *Mācīsim bērniem domāt*. Rīga: RaKa.
- Fulans, M. (1999). *Pārmaiņu spēki*. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The theory of multiple intelligences*. New York: Basic Books.
- Geidžs, N. L. (1999). *Pedagoģiskā psiholoģija*. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Gudjons, H. (1998). *Pedagoģijas pamatziņas*. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Guilford, J. (1967). Creativity: Yesterday, today, tomorrow. *Journal of Creative Behavior*, 1.
- Irvine, J. (2015). Problem Solving as Motivation in Mathematics: Just in Time Teaching. *Journal of Mathematical Sciences*. Betty Jones & Sisters Publishing. Retrieved from <http://bettyjonespub.com/math/4JMS20150307-1.pdf>
- Kānemans, D. (2012). *Domā ātri, domā lēnām*. Rīga: Jumava.
- Lipman, M. (1984). *The Cultivation of Reasoning through Philosophy*, Educational Leadership, September.
- Mencis, J. (sen.) (1984). *Matemātikas metodika pamatskolā*. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Miles Kimball, & Noah Smith (2013). *Склад ума: от чего зависит наша (не)способность к математике, и как это можно изменить*. Retrieved from <https://mirovostudent.wordpress.com/2013/10/29/math-genetics-and-hard-work-relation/>
- Ņikiforovs, O. (2007). *Psiholoģija pedagogam*. Rīga: Izglītības solī.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. London: Routledge Kegan Paul.
- Pipere et al. (2016). *Pētniecība: teorija un prakse*. Rīga: RaKa.
- Robinsons, K. (2013). *NE tikai AR PRĀTU*. Rīga: Zvaigzne ABC.
- Siliņš, E. I. (2008). *Lielo patiesību meklējumi*. Rīga: Jumava.

- Šteinberga, A. (2011). *Pedagoģiskā psiholoģija augstskolā*. Rīga: RTU Izdevniecība.
- Šteinberga, A. (2013). *Pedagoģiskā psiholoģija*. Rīga: RaKa.
- Takacs, C. A. (1986). *Enjoy Your Gifted Child*. New York.
- Теплов, Б. М. (1961). *Проблемы индивидуальных различий*. Москва: изд. Академии наук РСФСР.
- Utināns, A. (2015). *Maģiskās domāšanas, ticības paranormālajām un kritiskās domāšanas dispozīcijas īpatsvara maiņa medicīnas studiju procesā*. Promocijas darbs. Rīga: RSU
- Vigotskis, Ļ. (2002). *Domāšana un runa*. Rīga: Izdevniecība EVE.
- Аверьянов, А. Н. (1979). *Система: философская категория и реальность*, М., «Мысль».
- Крутецкий, В. А. (1968). *Психология математических способностей школьников*. М.
- Пойа, Д. (2010). *Как решать задачу*. Москва: Либроком.
- Реан, А. А. (2017). *Психология личности*. Издательство «Питер».
- Рубинштейн, С. Л. (2000). *Основы общей психологии*. Издательство «Питер».
- Miles Kimball, & Noah Smith (2013). *Склад ума: от чего зависит наша (не)способность к математике, и как это можно изменить*. Retrieved from <https://mirovoystudent.wordpress.com/2013/10/29/math-genetics-and-hard-work-relation/>