3. Kaķītis A. (1996). Sapropeļa reoloģiskās īpašības // LLU Raksti, Nr. 6 (283), Jelgava – 102.-108. lpp.
4. Fizikālā un koloidālā ķīmija / Alksnis U., Kļaviņš Z. - Rīga: Zvaigzne, 1990. - 248 lpp.
5. Ferguson, Kemblowski Z. (1991). Applied fluid rheology. London. 315.
6. Мачихин Ю. А., Мачихин С. А. Инженерная реология пищевых материалов. - Москва, 1981. - 215.с.
7. Рейнер М. Деформация и течение. - Москва, 1963. - 381.с.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1987. - 840 с.

FIZIKĀLU PROCESU SKAITLISKĀ MODELĒŠANA PLĀNOS SLĀŅOS

H.KALIS, I.KANGRO*
Zeļļu 8, Rīga, Latvija,
*Atbrīvošanas aleja 76, Rēzekne, Latvija, LV - 4600

Apakšzemes slāņainās sistēmās fizikālie parametri vertikālā virzienā ir konstanti lielumi, kuru vērtības mainās plānos slāņos ar lēcieniem. Ņemot vērā sistēmas kārtaino struktūru, aprēķinot fizikālos lielumus (temperatūru, koncentrāciju slāņos), lieto dažāda tipa viduvēšanas [3] vai režģa metodes, izvēloties katrā slānī vismaz vienu režģa līniju [1,2]. Līdz ar to iespējams samazināt risināmās problēmas dimensitāti: paraboliskā vai eliptiskā tipa parciālā diferenciālvienādojuma vietā var risināt 1. un 2. kārtas parasto diferencālvienādojumu sistēmu. Šīs metodes ir taišņu metodes pamatā. Svarīgi ir pēc iespējas samazināt parasto diferenciālvienādojumu skaitu nepieciešamās precizitātes sasniegšanai.

Viduvēšanas rezultātā katrā slānī rodas viens diferenciālvienādojums, bet režģa metodē, lietojot integrēšanu un interpolāciju vai galīgo tilpumu elementus, vismaz viens diferenciālvienādojums (1.veida robežnosacījumu gadījumā) vai 3 vienādojumi (3.veida robežnosacījumu gadījumā). Izrādās, ka ar režģa metodi var iegūt 2 diferenciālvienādojumu sistēmu, kuri jāintegrē pa dažādu vidu saskares līnijām, pie tam precizitāte ir augstāka nekā vienkāršai viduvēšanas metodei. Konstantu koeficientu gadījumā ir iespējams iegūt analītiskos atrisinājumus formulu veidā.

1.Problēmas formulējums

Bieži vien fizikālie lielumi jāaprēķina tikai uz pētāmā objekta virsmas. Tāpat, žāvējot dažādus materiālus, kuru biezums nav liels, pētot fizikālus procesus (temperatūru, koncentrāciju), rodas nepieciešamība risināt paraboliskā vai eliptiskā tipa parciālos diferenciālvienādojumus plānos slāņos, piemēram, z koordinātes virzienā. Mēs pieņemsim, ka šajos procesos siltuma izstarošana nenotiek, bet siltuma apmaiņu ar apkārtējo vidi raksturo 3. veida robežnosacījums formā

$$-\lambda(\partial T/\partial n)=\alpha(T-T_a), \tag{1}$$

kur λ,α,T_a ir siltuma vadīšanas, apmaiņas koeficienti un ārējās vides temperatūra, $n-$robežvirsmas ārējās normāles vektors. Ja vide nav homogēna, tad uz dažādu vidu saskares līnijām ir spēkā nepārtrauktības nosacījumi

$$[T]=[\lambda(\partial T/\partial n)]=0, \tag{2}$$

ISBN - 9984-585-55 -7

kur $[f]$ ir funkcijas f lēciens.

Apskatām parciālo diferenciālvienādojumu formā

$$\partial(\lambda \partial T / \partial z) / \partial z - v_o \partial T / \partial z = G(z),$$

(3)

vienā slānī $0 < z < l$, kur labās puses funkcija $G(z)$ var saturēt arī parciālos atvasinājumus, piemēram, $\rho c_p \partial T / \partial t - F(t,z)$ - nestacionāras siltumvadīšanas procesa gadījumā, t-laiks (jābūt sākuma nosacījumam $T(0) = T_0(z)$), $-\partial(\lambda \partial T / \partial x)/\partial x - F(x,z)$ - stacionārā siltumvadīšanas 2-dimensiju procesā ((x,z)-telpas koordinātes)(jābūt robežnosacījumiem x-ass virzienā, ja slānis nav bezgalīgi garš), F - attiecīgie siltuma avoti.

Robežnosacījumi (1) viena slāņa gadījumā ir formā

$$\lambda(\partial T / \partial z) = \alpha_2 (T_{a2} - T), \quad (z = l) \qquad (4)$$

$$\lambda(\partial T / \partial z) = \alpha_1 (T - T_{a1}) \quad (z = 0), \qquad (5)$$

kur α_1, α_2 un T_{a1}, T_{a2} ir attiecīgie siltuma apmaiņas koeficienti un ārējās vides temperatūras.

2. Režģa metode($v_0 = 0$, bez konvektīvā locekļa).

Lai sastādītu diferenču režģa vienādojumu punktā $z = 0$, lietojot galīgo tilpumu elementu metodi[2], integrē vienādojumu (3) pa z robežās no $z = 0$ līdz $z = l/2$. Iegūstam integrālo saglabāšanās likumu segmentā $[0, l/2]$ formā

$$W_{0.5} - W_0 = \int_0^{l/2} G(z) dz, \qquad (6)$$

kur $W(z) = \lambda \partial T / \partial z$ ir plūsmas funkcija, $W_0 = W(0)$, $W_{0.5} = W(l/2)$. Apzīmējot temperatūru ar $T(z), T_1 = T(0), T_2 = T(l)$, integrējot (3) robežās no $z = l/2$ līdz $z \in (0,l)$, izdalot iegūto izteiksmi ar λ un integrējot to no $z = 0$ līdz $z = l$, iegūst

$$T_2 - T_1 = l\lambda^{-1} W_{0.5} + B_1,$$

kur $B_1 = \lambda^{-1} \int_0^l dz \int_{l/2}^z G(\xi) d\xi$.

Tāpēc
$$W_{0.5} = (\lambda / l)(T_2 - T_1) - (\lambda / l) B_1, \qquad (7)$$

No (5), (6) iegūstam 2-punktu šablona diferenču vienādojumus punktā $z = 0$ formā

$$(\lambda / l)(T_2 - T_1) - \alpha_1 (T_1 - T_{a1}) = R_1, \qquad (8)$$

kur
$$R_1 = (\lambda / l) B_1 + \int_0^{l/2} G(z) dz = l^{-1} \int_0^l (l - z) G(z) dz.$$

Šeit divkāršā integrālī tiek mainīta integrācijas kārtība. Analogi kā iepriekš, integrējot (3) no $z = l/2$ līdz $z = l$, iegūstam integrālo saglabāšanās likumu segmentā $[l/2, l]$:

$$W_1 - W_{0.5} = \int_{l/2}^l G(z) dz, \quad W_1 = W(l). \qquad (9)$$

ISBN - 9984-585-55 -7

Tad integrējot (3) no $z = l/2$ līdz $z \in (0,l)$, izdalot ar λ, integrējot no $z = 0$ līdz $z = l$, iegūstam (7) un no (4), (9) seko 2- punktu šablona diferenču vienādojumi punktā $z = l$:

$$\alpha_2(T_{a2} - T_2) - (\lambda / l)(T_2 - T_1) = R_2, \qquad (10)$$

kur
$$R_2 = -(\lambda / l)B_1 + \int_{l/2}^{l} G(z)dz = l^{-1}\int_0^l zG(z)dz.$$

Ja funkcija $G(z)$ būtu zināma, tad diferenču vienādojumi (8), (10) būtu precīzi un no tiem viegli iegūt nezināmās vērtības T_1, T_2 formā

$$T_1 = \frac{1}{\Delta}\left[T_{a1}\left(\frac{\lambda}{l}\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2\right) + \frac{\lambda}{l}\alpha_2 T_{a2} - \frac{\lambda}{l}(R_1 + R_2) - \alpha_2 R_1\right],$$

$$T_2 = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{\lambda}{l}\alpha_1 T_{a1} + T_{a2}\left(\frac{\lambda}{l}\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2\right) - \frac{\lambda}{l}(R_1 + R_2) - \alpha_1 R_2\right],$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{l}(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2 \neq 0.$$

Integrāļu R_1, R_2 aproksimācijai formulās (8), (10) lietosim kvadratūru formulas ar svariem $(l - z), z$, kuras iegūst ar nenoteikto koeficientu metodi 2 fiksētu mezglu punktu $z = 0, z = l$ gadījumā:

$$R_1 = l^{-1}\int_0^l (l - z)G(z)dz = l\int_0^1 yG(y)dy = l\left[A_0 G(0) + A_1 G(1) + (1/2!)G_y''(\tilde{y})C_0\right],$$

kur $0 < \tilde{y} < 1$, $G_y'' = \partial^2 G / \partial y^2$, $y = 1 - z/l, A_0, A_1, C_0$ ir nenoteiktie koeficienti, kurus nosaka, integrējot pakāpju funkcijas $G(y) = 1; y$. Iegūstam 2 lineāru algebrisku vienādojumu sistēmu

$$\begin{cases} 1/2 = A_0 + A_1 \\ 1/3 = A_1 \end{cases},$$

no kurienes $A_0 = 1/6, \quad A_1 = 1/3.$

Integrējot $G(y) = y^2$, iegūst $1/4 = A_1 + C_0$, no kurienes $C_0 = -1/12$.

Ievērojot, ka $G_y'' = l^2(\partial^2 G / \partial z^2)$, iegūstam

$$R_1 = (l/3)G_1 + (l/6)G_2 + r(\eta),$$

kur $r(\eta) = -(l^3/24)\partial^2 G(\eta)/\partial z^2, \quad \eta \in (0,l), \quad G_1 = G(0), \quad G_2 = G(l).$ (11)

Analogi

$$R_2 = l^{-1}\int_0^l zG(z)dz = \int_0^1 yG(y)dy \, (y = z/l)$$

un $$R_2 = (l/6)G_1 + (l/3)G_2 + r(\eta). \qquad (12)$$

Atmetot atlikuma locekļus $r(\eta) = O(l^3)$, iegūstam tuvinātos algoritmus. No vienādojumu sistēmas (8), (10) var izslēgt mainīgos G_1, G_2. Atdalot no $G(z)$ funkciju F, kuru iespējams integrēt analītiski (t.i., $G = \tilde{G} - F$, kur $\tilde{G}$ ir atbilstošā diferenciālizteiksme), iegūst

$$\begin{aligned}\widetilde{G}_1 &= (6\lambda/l^2)(T_2 - T_1) - (4\alpha_1/l)(T_1 - T_{a1}) - (2\alpha_2/l)(T_{a2} - T_2) + I_1(t)\\ \widetilde{G}_2 &= -(6\lambda/l^2)(T_2 - T_1) + (2\alpha_1/l)(T_1 - T_{a1}) + (4\alpha_2/l)(T_{a2} - T_2) + I_2(t),\end{aligned} \quad (13)$$

kur $I_1(t) = l^{-2}\int_0^l (4l - 6z)F dz, \quad I_2(t) = l^{-2}\int_0^l (6z - 2l)F dz$.

Iegūstam divu parasto diferenciālvienādojumu sistēmas:

1) nestacionārā gadījumā

$$\begin{aligned}&\rho c_p \dot{T}_1(t) = \widetilde{G}_1(t),\\ &\rho c_p \dot{T}_2(t) = \widetilde{G}_2(t),\\ &T_1(0) = T_0(0), \quad T_2(0) = T_0(l) \quad (\dot{T} = dT/dt),\end{aligned} \quad (14)$$

2) stacionāra gadījumā

$$\begin{aligned}&-\lambda T_1''(x) = \widetilde{G}_1(x),\\ &-\lambda T_2''(x) = \widetilde{G}_2(x), \quad (T'' = d^2T/dx^2).\end{aligned} \quad (15)$$

Vienādojumu (15) viennozīmīgai atrisināšanai jāuzdod robežnosacījumi fiksētā segmenta $x \in [0, L]$ galapunktos, piemēram, formā

$$\lambda T_1'(0) = \alpha_3(T_1(0) - T_{a3}), \quad \lambda T_2'(L) = \alpha_4(T_{a4} - T_2(L)),$$

kur α_3, α_4 un T_{a3}, T_{a4} ir siltuma apmaiņas koeficienti un atbilstošās ārējās vides temperatūras.

Ja gribam precizēt tuvināto atrisinājumu un iegūt to arī slāņa iekšpusē, tad var konstruēt vēl 3-punktu šablona diferenču vienādojumu punktā $z = l/2$. Tad, apzīmējot ar $T_1 = T(0), \quad T_2 = T(l/2), \quad T_3 = T(l)$, iegūst šādus diferenču vienādojumus:

$$\begin{aligned}&(2\lambda/l)(T_2 - T_1) - \alpha_1(T_1 - T_{a1}) = (2/l)\int_0^{l/2}\left(\frac{l}{2} - z\right)G(z)dz,\\ &(2\lambda/l)(T_3 - 2T_2 + T_1) = \left[\int_0^{l/2} zG(z)dz + \int_{l/2}^{l}(l - z)G(z)dz\right]\frac{l}{2},\\ &\alpha_2(T_{a2} - T_3) - (2\lambda/l)(T_3 - T_2) = \frac{2}{l}\int_{l/2}^{l}\left(z - \frac{l}{2}\right)G(z)dz\end{aligned} \quad (16)$$

Izskaitļojot integrāļus ar kvadratūru formulām kā iepriekš un atmetot atlikuma locekļus $r(\eta) = -\dfrac{l^2}{96}\dfrac{\partial^2 G(\eta)}{\partial z^2}, \quad 0 < \eta < l,$ vienādojumu sistēmas (13) vietā iegūstam sistēmu

$$\begin{aligned}\widetilde{G}_1 &= \frac{6\lambda}{l^2}(4T_2 - 3T_1 - T_3) + \frac{1}{l}(-7\alpha_1(T_1 - T_{a1}) + \alpha_2(T_{a2} - T_3)) + I_1(t),\\ \widetilde{G}_2 &= \frac{12\lambda}{l^2}(T_3 - 2T_2 + T_1) + \frac{2}{l}(\alpha_1(T_1 - T_{a1}) - \alpha_2(T_{a2} - T_3)) + I_2(t),\\ \widetilde{G}_3 &= \frac{6\lambda}{l^2}(4T_2 - T_1 - 3T_3) + \frac{1}{l}(-\alpha_1(T_1 - T_{a1}) + 7\alpha_2(T_{a2} - T_3)) + I_3(t),\end{aligned} \quad (17)$$

ISBN - 9984-585-55 -7

$$I_1 = \frac{1}{l^2}\left[\int_0^{l/2}(7l-18z)Fdz + \int_{l/2}^{l}(6z-5l)Fdz\right],$$

kur
$$I_2 = \frac{1}{l^2}\left[\int_0^{l/2}(12z-2l)Fdz + \int_{l/2}^{l}(10l-12z)Fdz\right],$$

$$I_3 = \frac{1}{l^2}\left[\int_0^{l/2}(l-6z)Fdz + \int_{l/2}^{l}(18z-11l)Fdz\right].$$

Tagad iegūstam šādas 3 parasto diferenciālvienādojumu sistēmas:

1) nestacionārā gadījumā

$$\begin{aligned} &\rho c_p \dot{T}_1(t) = \tilde{G}_1(t), \\ &\rho c_p \dot{T}_2(t) = \tilde{G}_2(t), \\ &\rho c_p \dot{T}_3(t) = \tilde{G}_3(t), \\ &T_1(0) = T_0(0),\quad T_2(0) = T_0(l/2),\quad T_3(0) = T_0(l); \end{aligned} \tag{18}$$

2) stacionāra gadījumā

$$\begin{aligned} &-\lambda T_1''(x) = \tilde{G}_1(x), \\ &-\lambda T_2''(x) = \tilde{G}_2(x), \\ &-\lambda T_3''(x) = \tilde{G}_3(x). \end{aligned} \tag{19}$$

<u>3. Režģa metode($v_0 \neq 0$,ar konvektīvo locekli)</u>

Tālāk apskatām parciālo diferenciālvienādojumu (3) ar konvektīvo locekli ($v_0 \neq 0$), v_0- vielas pārneses ātrums, v_0=const.

Lai sastādītu diferenču vienādojumus, pārrakstām vienādojumu (3) pašsaistītā formā

$$\partial\left(e(z)\lambda\partial T/\partial z\right)/\partial z = \hat{G}(z), \tag{20}$$

kur $e(z) = \exp(-v_0(z-b)/\lambda),\quad b = const.$

$\hat{G}(z) = e(z)G(z)$.

Tālāk, sastādot 2 parasto diferenciālvienādojumu sistēmu analogi iepriekšējam, iegūstam vispārinātu plūsmas funkciju

$$\hat{W}(z) = \lambda e(z)\partial T/\partial z$$

un vienādojuma (8) vietā iegūstam [1]

$$(\lambda/l)g(\beta)(T_2 - T_1) - \alpha_1(T_1 - T_{a1}) = R_1, \tag{21}$$

kur

ISBN - 9984-585-55 -7

$$g(\beta)=\beta(\exp(\beta)-1)^{-1},$$
$$\beta=\frac{v_0 l}{\lambda},\quad b=0,$$

$$R_1=\int_0^l\left(1-l^{-1}g(\beta)\int_0^z\exp(\beta\zeta/l)d\zeta\right)\hat{G}(z)dz=\int_0^l\frac{\exp\left(\beta(1-\frac{z}{l})\right)-1}{\exp(\beta)-1}G(z)dz.$$

Analogi vienādojuma (10) vietā iegūstam

$$\alpha_2(T_{a2}-T_2)-(\lambda/l)g(-\beta)(T_2-T_1)=R_2,\qquad(22)$$

kur $b=l,\quad R_2=\int_0^l\left(1-l^{-1}g(-\beta)\int_z^l\exp(\beta(\zeta-l)/l)d\zeta\right)\hat{G}(z)dz=\int_0^l\frac{1-\exp(-\beta z/l)}{1-\exp(-\beta)}G(z)dz.$

Robežgadījumā, kad $\beta\to 0$ iegūstam integrāļus R_1, R_2 vienādojumos (8), (10). Ievērojot, ka $G(z)=\widetilde{G}(z)-F(t,z)$, $\widetilde{G}(z)=\rho c_p\partial T/\partial t$ un pielietojot kvadratūru formulas ar attiecīgajiem svariem, iegūstam

$$R_1=l\,g_3(\beta)\widetilde{G}_1+l\,g_2(\beta)\widetilde{G}_2+r_1(\eta)-\int_0^l\frac{\exp\left(\beta(1-\frac{z}{l})\right)-1}{\exp(\beta)-1}F(t,z)dz$$
$$R_2=l\,g_2(-\beta)\widetilde{G}_1+l\,G_3(-\beta)\widetilde{G}_2+r_2(\eta)-\int_0^l\frac{1-\exp(-\beta z/l)}{1-\exp(-\beta)}F(t,z)dz,\qquad(23)$$

$$r_1=0.5l^3\,g_4(\beta)\frac{\partial^2G(\eta)}{\partial z^2},$$
$$r_2=0.5l^3\,g_4(-\beta)\frac{\partial^2G(\eta)}{\partial z^2},\quad\eta\in(0,l),$$
$$g_1(\beta)=\beta^{--1}(1-g(\beta)),\ g_1(0)=\frac{1}{2},$$

kur

$$g_2(\beta)=\beta^{-2}(1-(1+\beta/2)g(\beta)),\ g_2(0)=\frac{1}{6},$$
$$g_3(\beta)=\beta^{-1}-\beta^{-2}(1-(1-\beta/2)g(\beta)),\ g_3(0)=\frac{1}{3},$$
$$g_4(\beta)=\beta^{--3}(2-\beta-(2-\beta^2/6)g(\beta)),\ g_4(0)=-\frac{1}{12},$$
$$g_2(\beta)=g_1(\beta)-g_3(\beta),$$
$$g_3(\beta)=g_1(\beta)-g_2(\beta).$$

Maziem argumentiem β izskaitļojot šīs funkcijas, ir jālieto šādi izvirzījumi Teilora rindā:

ISBN - 9984-585-55 -7

$$g(\beta)=1-\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{12}\beta^2-\frac{1}{720}\beta^4+O(\beta^6),$$
$$g_1(\beta)=\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\beta+\frac{1}{720}\beta^3+O(\beta^5),$$
$$g_2(\beta)=\frac{1}{6}-\frac{1}{24}\beta+\frac{1}{720}\beta^2+\frac{1}{1440}\beta^3+O(\beta^4),$$
$$g_3(\beta)=\frac{1}{3}-\frac{1}{24}\beta-\frac{1}{720}\beta^2+\frac{1}{1440}\beta^3+O(\beta^4),$$
$$g_4(\beta)=-\frac{1}{12}+\frac{1}{60}\beta+O(\beta^3),$$

Funkcijas g, g_1, g_2, g_3 ir monotoni dilstošas pozitīvas un tiecas uz 0, ja $\beta \to \infty$, bez tam $g(-\infty)=+\infty,\ g_1(-\infty)=1,\ g_2(-\infty)=1/2,\ g_3(-\infty)=1/2.$ Funkcija g_4 ir monotoni augoša, negatīva, $g_4(-\infty)=-1/6,\ g_4(\infty)=0.$ Robežgadījumā, kad $\beta \to 0$, no (23) seko formulas (11), (12). Atmetot atlikuma locekļus $r(\eta)=O(l^3)$ no vienādojumu sistēmas (21), (22) var izslēgt mainīgos $\widetilde{G}_1, \widetilde{G}_2$ formā (13):

$$\widetilde{G}_1=\frac{1}{\Delta}\left[-\alpha_1 g_3(-\beta)(T_1-T_{a1})-\alpha_2 g_2(\beta)(T_{a2}-T_2)+(\lambda/l)(T_2-T_1)g_1(\beta)\right]+$$
$$\frac{1}{\Delta}\left[g_3(-\beta)I_1(t)-g_2(\beta)I_2(t)\right]$$
$$\widetilde{G}_2=\frac{1}{\Delta}\left[\alpha_1 g_2(-\beta)(T_1-T_{a1})+\alpha_2 g_3(\beta)(T_{a2}-T_2)-(\lambda/l)(T_2-T_1)g_1(-\beta)\right]+$$
$$\frac{1}{\Delta}\left[g_3(\beta)I_2(t)-g_2(-\beta)I_1(t)\right], \tag{24}$$
$$\Delta=l\left(g_3(-\beta)g_3(\beta)-g_2(-\beta)g_2(\beta)\right)=l\left[(\beta)^{-1}(0.5-g_1(\beta))\right]=l\left[\frac{1}{12}-\frac{1}{120}\beta^2+\frac{1}{30240}\beta^4+O(\beta^6)\right]$$
$$I_1(t)=\int_0^l\frac{\exp\left(\beta\left(1-\frac{z}{l}\right)\right)-1}{\exp(\beta)-1}F(t,z)dz,\quad I_2(t)=\int_0^l\frac{1-\exp(-\beta z/l)}{1-\exp(-\beta)}F(t,z)dz$$

Līdz ar to iegūstam divu parasto diferenciālvienādojumu sistēmu formā (14), (15). Ja $v_0=\beta=0$, tad iegūst sakarības (13).

4. Viduvēšanas metode. ($v_0=0$)

Ar viduvēšanas metodi [3], ievedot viduvējo temperatūru $\overline{T}=\int_0^l T(z)dz$ un integrējot vienādojumu (3) ($v_0=0$) robežās no 0 līdz l ar robežnosacījumiem (4), (5) iegūst

$$(\alpha_2/l)(T_{a2}-T_2)-(\alpha_1/l)(T_1-T_{a1})=\frac{1}{l}\int_0^l G(z)dz.$$

(25) Viduvēšanas vienkāršākā variantā, pieņemot, ka $T_2=T_1=\overline{T}$, iegūst vienu parasto diferenciālvienādojumu pret vidējo vērtību $\overline{T}$:

1) nestacionārā gadījumā

ISBN - 9984-585-55 -7

$$\rho c_p \dot{\bar{T}}(t) = (\alpha_2 / l)(T_{a2} - \bar{T}(t)) - (\alpha_1 / l)(\bar{T}(t) - T_{a1}) + I(t),$$

$$I(t) = \frac{1}{l}\int_0^l F(t,z)dz, \quad \dot{\bar{T}}(t) = \frac{d\bar{T}}{dt},$$

$$\bar{T}(0) = \bar{T}_0 = \frac{1}{l}\int_0^l T_0(z)dz.$$

2) stacionārā gadījumā

$$-\lambda \bar{T}''(x) = \bar{G}(x) + I(x),$$

$$\bar{T}''(x) = d^2\bar{T} / dx^2.$$

Šeit $\bar{G}(u) = (\alpha_2 / l)(T_{a2} - \bar{T}(u)) - (\alpha_1 / l)(\bar{T}(u) - T_{a1}),\ u = t;\ u = x,\ \bar{T}(x) = \frac{1}{l}\int_0^l F(x,z)dz$.

Precizējot viduvēšanas metodi, z-virzienā var izvēlēties parabolisku temperatūras sadalījumu [3]

$$T(z) = \bar{T} + \delta((z/l)^2 - 0.5) + \gamma((z/l)^2 - 1/3), \qquad (26)$$

kur δ, γ ir nezināmas mainīgā x vai t funkcijas.

No robežnosacījumiem (4), (5) seko, ka

$$(\lambda / l)\delta = \alpha_1(T_1 - T_{a1})$$

$$(\lambda / l)(\delta + 2\gamma) = \alpha_2(T_{a2} - T_2),$$

kur $T_1 = \bar{T} - \delta/2 - \gamma/3,\ T_2 = \bar{T} + \delta/2 + (2/3)\gamma$.

Tā kā $\gamma = 3(T_1 + T_2 - 2\bar{T}),\ \delta = 6\bar{T} - 4T_1 - 2T_2$,

tad iegūstam 2 algebriskus vienādojumus funkciju T_1 un T_2 noteikšanai:

$$\begin{aligned}(\lambda / l)(6\bar{T} - 4T_1 - 2T_2) &= \alpha_1(T_1 - T_{a1})\\ (\lambda / l)(-6\bar{T} + 2T_1 + 4T_2) &= \alpha_2(T_{a2} - T_2).\end{aligned} \qquad (27)$$

No (27) atrod:

$$T_1 = \frac{1}{\Delta}\left[\bar{T}\left(\frac{12\lambda^2}{l^2} + \frac{6\lambda\alpha_2}{l}\right) + T_{a1}\alpha_1\left(\frac{4\lambda}{l} + \alpha_2\right) - \frac{2\alpha_2\lambda T_{a2}}{l}\right],$$

$$T_2 = \frac{1}{\Delta}\left[\bar{T}\left(\frac{12\lambda^2}{l^2} + \frac{6\lambda\alpha_1}{l}\right) + T_{a2}\alpha_2\left(\frac{4\lambda}{l} + \alpha_1\right) - \frac{2\alpha_1\lambda T_{a1}}{l}\right],$$

$$\Delta = \frac{12\lambda^2}{l^2} + \frac{4\lambda}{l}(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1\alpha_2.$$

Ievietojot šīs vērtības vienādojumā (25), iegūstam parasto diferenciālvienādojumu vidējās temperatūras $\bar{T}$ noteikšanai

1) nestacionāra gadījumā

$$\rho c_p \dot{\bar{T}}(t) = \bar{G}(t) + I(t),$$

2) stacionārā gadījumā

$$-\lambda \bar{T}''(t) = \bar{G}(x) + I(x),$$

kur $\bar{G} = (\alpha_2 / l)(T_{a2} - T_2) - (\alpha_1 / l)(T_1 - T_{a1})$.

No (26) seko, ka, piemēram,

$T(z = l/2) = \bar{T} - l/12 = 1.5\bar{T} - 0.25(T_1 - T_2)$

5. Viduvēšanas metode ($v_0 \neq 0$).

ISBN - 9984-585-55 -7

Viduvēšanas metodi var pielietot arī vienādojumam (3) ar konvektīvo locekli, pārrakstot to formā (20), kur $b = l/2$. Tad pēc (20) integrēšanas iegūst

$$\exp(-\beta/2)(\alpha_2/l)(T_{a2}-T_2)-\exp(\beta/2)(\alpha_1/l)(T_1-T_{a1})=\frac{1}{l}\int_0^l \exp(-\beta(z-\frac{l}{2})/l)G(z)dz.$$

Pēc integrāļa vidējās vērtības teorēmas seko, ka

$$\frac{1}{l}\int_0^l \exp(-\beta(z-\frac{l}{2})/l)G(z)dz = G(\eta)\frac{1}{l}\int_0^l \exp(-\beta(z-\frac{l}{2})/l)dz = G(\eta)\frac{2}{\beta}sh(\beta/2), \quad \eta \in (0,l)$$

Pieņemot, ka $G(\eta)=\overline{G}$, iegūstam analogu diferenciālvienādojumu (25), kur T_1 un T_2 var aprēķināt no (26), (27), t.i.,

$\overline{G} = g(\beta)(\alpha_2/l)(T_{a2}-\overline{T})-g(-\beta)(\alpha_1/l)(\overline{T}-T_{a1})$.

LITERATŪRA

1. Kalis H. Finite-difference scheme for solving some heat transfer problems with convection in multilayer media. Proc. of 2-nd intern. Conf. "Finite-difference methods,theory and applications". - Minsk, 1998. - Vol. 2., 50 - 55 p.
2. Kalis H. Effective finite difference methods for the solutions of filtration problems in multilayer domains. Proc. of 2-nd inter. Conf. "Mathematical modelling and complex analysis". - Vilnius, 1997. – 84. - 91.p.
3. Buiķis Dažu pazemes filtrācijas procesu noteikšanas shēmu analīze.// LU Zinātniskie raksti "Matemātiskā modelēšana, matemātiskās fizikas lietišķās problēmas", 592. sēj., 25. -32. lpp.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КЛАССИФИКАЦИОННЫХ ПРАВИЛ

ДМИТРИЙ КАПИШНИКОВ

Методы индуцирования концепций описаний на основе обучающей выборки доказали свою применимость при решении проблемы извлечения знаний в задачах конструирования экспертных систем. Семейство систем, основанных на ID3 [Quinlan, 1979], решает проблему извлечения знаний особенно успешно. Этот базовый алгоритм позволяет находить такие описания, которые превосходно характеризуют обучающую выборку. Тем не менее в приложении к реальным задачам требуется такой подход, при котором можно оперировать с точными данными, а также с нечёткими данными.

В работе модифицируются и совмещаются принципы алгоритма ID3 и алгоритма «Кора» [Бонгард, 1967].

Алгоритм «Кора» решает задачу формирования обобщённых понятий. Решение задачи основывается на двух процедурах - обучение и экзамен, которые повторяются в процессе обучения несколько раз. В процедуре обучения

ISBN - 9984-585-55 -7